

Transientes Verhalten von Asynchronmotorengruppen bei Spannungsunterbrechungen und Netzschaftungen

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität
Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

vorgelegt von
Mathias Abbé

Erlangen 1978



Digitized by the Internet Archive
in 2026

Transientes Verhalten von
Asynchronmotorengruppen
bei Spannungsunterbrechungen
und Netzumschaltungen

Dem Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität
Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades
Doktor-Ingenieur

vorgelegt von
Mathias Abbé

Erlangen 1978



Als Dissertation genehmigt vom
Fachbereich Ingenieurwissenschaften
der Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung:	17. April 1978
Tag der Promotion:	8. November 1978
Dekan:	Prof. Dr.-Ing. D. Seitzer
Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff
	Prof. Dr.-Ing. G. Hosemann

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Assistent am Institut für Elektrische Antriebe und Steuerungen der Universität Erlangen-Nürnberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Pfaff bin ich für die Anregung zu dieser Arbeit, für seine Unterstützung und seine wertvollen Hinweise sehr zu Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr.-Ing. G. Hosemann danke ich für die Übernahme des Korreferates.

Für ihr Interesse an meiner Arbeit sowie für ihre Informationen und Anregungen aus der Praxis möchte ich an dieser Stelle den Herren A. Webs, H. Leibold und W. Amey von der Firma Siemens AG Erlangen, Herrn O. Sterik, Kraftwerk Union Frankfurt/Main und Herrn W. Brackmann, Firma Brown, Boveri u. Cie. Ladenburg danken.

Herrn Dipl.-Ing. J. Steinbrunn und Herrn Dipl.-Ing. Chr. Meier sowie meinen anderen Freunden und Kollegen an der Universität Erlangen danke ich für ihre Diskussionsbereitschaft und ihre vielen Hinweise.

Die Reinschrift des Manuskriptes verdanke ich Frll. B. Söllner.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Einleitung	1
2. Vorbemerkungen	7
3. Mathematische Beschreibung des Verhaltens von Asynchronmotorengruppen bei Netzum- schaltungen	9
3.1 Voraussetzungen	9
3.2 Zweiachsenmodell der Asynchronmaschine	10
3.3 Gleichungssystem einer Asynchronmotoren- gruppe bei Betrieb am starren Netz	13
3.4 Berechnung des Abschaltvorganges	14
3.4.1 Ablauf des Abschaltvorganges	14
3.4.2 Darstellung des Schaltzustandes im Zweiachsenmodell	17
3.4.3 Gleichungssystem des Abschaltzustandes	20
3.4.4 Festlegung der Anfangswerte im ruhenden Koordinatensystem	23
3.5 Gleichungssystem der Spannungsunterbrechung	25
3.6 Berechnung der induzierten Ständerspannung	27
4. Digitale Berechnung von Spannungsunter- brechungen und Netzschaftungen	30
5. Transientes Verhalten von Asynchronmotoren- gruppen bei Spannungsunterbrechungen	38
5.1 Differentialgleichungssystem der Motoren- gruppe bei Vernachlässigung der Ständer- widerstände	39
5.2 Übergangsverhalten einer einzelnen Maschine bei Spannungsunterbrechung	42
5.2.1 Abschaltvorgang	43
5.2.2 Spannungsunterbrechung	46

	Seite
5.3 Übergangsverhalten von Motorengruppen mit zwei parallelen Maschinen	52
5.3.1 Übergangsverhalten bei konstanten Drehzahlen	53
5.3.2 Übergangsverhalten bei zeitlich veränder- lichen Drehzahlen	77
5.3.3 Zeitverhalten der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge	100
5.4 Übergangsverhalten von Motorengruppen mit mehr als zwei parallelen Motoren	109
5.5 Zusammenfassende Bemerkungen	115
6. Transientes Verhalten von Asynchronmotoren beim Wiedereinschalten mit Restfeld	118
6.1 Voraussetzungen	119
6.2 Berücksichtigung der Eisensättigung	119
6.3 Näherungsweise analytische Berechnung der transienten elektromagnetischen Übergangs- vorgänge nach dem Wiedereinschalten	121
6.4 Abhängigkeit der Spitzenwerte des Ständer- strom- und des Drehmomentbetrages von den Anfangswerten	126
6.5 Abschätzung der Spitzenwerte	137
6.6 Experimentelle Untersuchung des Wiederein- schaltens mit Restfeld	152
6.7 Zusammenfassende Bemerkungen	155
7. Zusammenfassung	160
8. Literaturverzeichnis	163
A. Anhang	
A 1. Daten der untersuchten Asynchronmotoren	170
A 2. Erläuterung der verwendeten Größen und Formelzeichen	172

1. Einleitung

Für Hilfsantriebe in thermischen Kraftwerken, für Antriebe in der chemischen Industrie und in Hüttenwerken kommen immer häufiger Drehstromhochspannungsmotoren großer und größter Leistungen zum Einsatz. Viele dieser Antriebe für Pumpen, Lüfter, Gebläse oder Verdichter werden mit überwiegend konstanter Drehzahl betrieben. Da als Antriebsmaschinen für diese Zwecke vorwiegend Asynchronmotoren und seltener Synchronmotoren verwendet werden, beziehen sich die weiteren Ausführungen dieser Arbeit ausschließlich auf den Einsatz von Asynchronmaschinen. In vielen Fällen spielen die erwähnten Antriebe, wie z.B. Pumpenantriebe in Kernkraftwerken für die Sicherheit der Betriebsführung eine wichtige Rolle. Deshalb werden in der Regel besondere Maßnahmen ergriffen, um ihre dauernde Verfügbarkeit zu gewährleisten. Man sieht daher für diese Antriebe häufig neben der Einspeisung, aus der die Motoren im Normalfall versorgt werden, eine Reserveeinspeisung vor. Die Motoren werden dann auf die Reserveeinspeisung umgeschaltet, wenn im Zuge der betriebsmäßigen Einspeisung eine Störung auftritt oder Wartungs- und Reparaturarbeiten erforderlich sind.

Häufig betrifft eine solche Netzumschaltung eine ganze Gruppe von Motoren, die ständerseitig an eine gemeinsame Sammelschiene angeschlossen sind, so daß die Maschinen auch während der Umschaltung parallelgeschaltet bleiben. In Bild 1.1 ist eine auf das Wesentliche reduzierte Anordnung einer Motorengruppe dargestellt.

Bei einer Netzumschaltung wird die Einspeisung der Motoren im allgemeinen kurzzeitig unterbrochen, weil die Sammelschiene in fast allen Fällen zuerst abgeschaltet und danach wiederzugeschaltet wird. Der Zustand, in welchem beide Schalter in Bild 1.1 geöffnet sind, wird als Spannungsunterbrechung bezeichnet. Er kann im übrigen auch dann eintreten, wenn die Versorgung der Motoren aus einem anderen Grund, z.B. wegen einer Kurzunterbrechung ausfällt.

gefährdet. Andererseits wird das mechanische System aus Läufer, Welle, Kupplung und Arbeitsmaschine durch hohe Drehmomentstöße beansprucht.

Neben der Kraftbeanspruchung, die seit einiger Zeit durch kunstharzversteifte Bandagierung der Stirnverbindungen zu beherrschen ist, und der Momentenbeanspruchung, welche durch ausreichende Dimensionierung des mechanischen Systems zu bewältigen ist, treten beim Umschalten von Motoren mitunter weitere Probleme auf. Es sei in diesem Zusammenhang stellvertretend die Frage der Drehzahlverläufe während der Spannungsunterbrechung erwähnt.

Die Höhe der Drehzahlabsenkung ist in besonderem Maße bei Antrieben für Kesselspeisepumpen von Interesse, bei denen ein dauernder Mindestdurchsatz aufrechterhalten werden muß. Darüber hinaus sind die Drehzahlabenkungen während der Unterbrechungsdauer für das Wiederhochlaufverhalten von Bedeutung. Da die Einspeisung der Motorsammelschiene in vielen Fällen aus wirtschaftlichen Gründen nur für den Alleinanlauf des größten Motors der Gruppe ausgelegt wird, kann das gleichzeitige Wiederhochlaufen aller Motoren ein erhebliches Absinken der Sammelschienenspannung zur Folge haben. Eine solche Spannungsabsenkung erschwert nicht nur das Wiederhochlaufen der Motoren, sie kann sich darüber hinaus störend auf andere an der Sammelschiene angeschlossene Betriebsmittel auswirken, wenn diese gegen Unterspannung empfindlich sind.

Unter Umständen führen schon sehr kurzzeitige Spannungseinbrüche zum Ansprechen von Unterspannungsschutzrichtungen. In diesen Fällen sind auch die Spannungseinbrüche zu beachten, welche von den hohen Einschaltströmen verursacht werden. Diese hängen ihrerseits weitgehend von den Feldern ab, die im Einschaltaugenblick in den Maschinen vorhanden sind.

Bei der Beantwortung der Fragen nach den Drehzahlabenkungen und dem Verhalten der Maschinen nach dem Wiedereinschalten spielen die Ausgleichsvorgänge während der Spannungsunterbrechung eine wesentliche Rolle. Eine Analyse der Ursachen und der Auswirkungen dieser Vorgänge

kann somit auch einen Beitrag zur Lösung praktischer Problemstellungen leisten.

Das Verhalten von einzelnen Drehstrom-Asynchronmotoren bei Spannungsunterbrechungen und Netzschaftungen war bereits früher Gegenstand verschiedener Untersuchungen. Eine theoretische Analyse der Vorgänge nach dem Abschalten eines einzelnen Motors ist z.B. in /1/ und in /17/ zu finden. In /7/, /21/ und /41/ werden die Ergebnisse der Simulation von Umschaltvorgängen vorgestellt und diskutiert.

Über das Verhalten parallelgeschalteter Motoren ist dagegen nur unter sehr weitgehenden Vereinfachungen berichtet worden. So werden die Übergangsvorgänge nach dem Abschalten von zwei parallelen Maschinen in /16/ und /18/ mit analytischen Methoden näherungsweise berechnet. Dabei wird vorausgesetzt, daß sich die Drehzahlen während der Unterbrechung nicht ändern. Da die Drehzahlen jedoch vor allem bei längeren Unterbrechungen erheblich absinken können, besitzen die auf diese Weise gewonnenen Ergebnisse nur begrenzte Gültigkeit.

Ein erstes Ziel der vorliegenden Untersuchung besteht deshalb darin, die physikalischen Vorgänge, die sich in parallelgeschalteten Maschinen nach der Trennung vom Netz abspielen, auch unter Berücksichtigung zeitlich veränderlicher Drehzahlen zu klären.

Zu diesem Zweck werden zunächst die Differentialgleichungssysteme aufgestellt, die das Verhalten einer beliebigen Motorengruppe während der einzelnen Zeitabschnitte einer Netzschaftung beschreiben. Durch numerische Lösung der Gleichungen mit Hilfe eines Digitalrechenprogrammes kann das Übergangsverhalten verschiedener Motorengruppen bei unterschiedlichen Lastbedingungen simuliert werden. Anhand der errechneten Übergangsvorgänge wird die anschließende Analyse des Systemverhaltens ausgehend vom Sonderfall konstanter Drehzahlen auch auf zeitlich veränderliche Drehzahlen ausgedehnt. Dabei werden unter anderem

auch die Ursachen und die Auswirkungen der zwischen den Maschinen auftretenden Ausgleichsvorgänge aufgezeigt. Durch eine Analyse des Zeitverhaltens der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge wird besonders deutlich, daß das Verhalten der Motoren bei Drehzahländerungen wesentlich von dem bei konstanten Drehzahlen abweicht. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind geeignet, das Verhalten beliebiger Motorengruppen bei Spannungsunterbrechungen zu erklären und im Hinblick auf die Vorgänge nach dem Wiedereinschalten zu beurteilen.

Das Verhalten der Motoren nach dem Wiedereinschalten der Sammelschiene wird im zweiten Teil der vorliegenden Arbeit behandelt. Die Betrachtungen konzentrieren sich dabei auf die transienten elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge, welche während der ersten Netzperioden nach dem Schaltvorgang stattfinden. Es werden die Zusammenhänge zwischen dem Anfangszustand einer Maschine im Einschaltaugenblick und den daraus resultierenden Spitzenwerten analysiert, die Ständerstrombetrag und Drehmoment während der transienten Vorgänge erreichen.

Im Unterschied zu vorliegenden Untersuchungen in /1/, /34/ und /35/ wird dabei auch die Abhängigkeit der Spitzenwerte von den Drehzahlen und den Ständerströmen, welche bei parallelgeschalteten Motoren im Einschaltaugenblick vorhanden sein können, betrachtet.

Die Problematik des Wiederhochlaufens der Antriebe wird im Rahmen dieser Arbeit ausgeklammert.

Die Ergebnisse der digitalen Simulation zahlreicher Wiedereinschaltvorgänge, bei denen die Anfangswerte systematisch variiert wurden, werden vorgestellt und anschließend mit entsprechenden, im Labor an einer Maschine kleinerer Leistung durchgeführten Messungen verglichen. Die rein quantitativen Resultate der Simulation vermitteln allerdings noch keinen Einblick in den Einfluß der Maschinenparameter auf die Spitzenwerte. Sie sind somit nicht ohne weiteres auf andere Motoren über-

tragbar. Es wird deshalb ein Verfahren entwickelt, welches bei geringem Aufwand gestattet, die Spitzenwerte von Ständerstrombetrag und Drehmoment abzuschätzen, indem die im Ständerstrom auftretenden transienten Gleich- und Wechselstromglieder als Funktion der Anfangswerte erfaßt werden. Mit Hilfe dieses Verfahrens ist es schließlich möglich, die genannten Spitzenwerte für jeden beliebigen Anfangszustand, den ein Asynchronmotor im Augenblick des Wiedereinschaltens aufweist, nach oben quantitativ abzugrenzen.

2. Vorbemerkungen

In der vorliegenden Arbeit werden ausschließlich dimensionslose, auf entsprechende Bezugsgrößen normierte Größen verwendet.

Als Bezugsgrößen werden benutzt:

$\sqrt{2} U_{1N}$ für alle Spannungen,

$\sqrt{2} I_{1N}$ für alle Ströme,

$\frac{\sqrt{2} U_{1N}}{2 I_{1N}}$ für alle Flußverkettungen,

$\frac{U_{1N}}{I_{1N}}$ für alle Widerstände, Impedanzen
und Reaktanzen,

$3 U_{1N} I_{1N}$ für alle Wirk-, Blind- und Scheinleistungen,

$\frac{3 U_{1N} I_{1N}}{2 \pi f_N}$ für alle Drehmomente und

$1/2 \pi f_N$ für die Zeit,

wobei U_{1N} bzw. I_{1N} die Nennwerte der Ständerstrangspannung und des Ständerstrangstromes und f_N die Nennfrequenz eines Asynchronmotors bezeichnen.

Bei parallelgeschalteten Motoren werden die Bezugsgrößen des größten Motors der Gruppe auch für alle übrigen Motoren verwendet. Als Ausnahme davon wird die Drehzahl eines Motors immer auf seine synchrone Drehzahl bezogen.

Als weitere Ausnahme wird die Zeit in den Abbildungen, in denen sie als unabhängige Variable vorkommt, in Echtzeit angegeben.

Wesentliche Gleichungen und Beziehungen werden in jedem Hauptabschnitt fortlaufend numeriert. Im Text angesprochene Gleichungen werden durch ihre in Klammern gesetzte Nummer gekennzeichnet.

Die Bedeutung der Größen und Formelzeichen, die im Text nicht definiert sind oder von ihrer Definitionsstelle entfernt vorkommen, ist in einer Zusammenstellung im Anhang, Abschnitt A 2, aufgeführt. Sofern dies erforderlich ist, sind Größen verschiedener Maschinen durch einen zusätzlichen Index unterschieden.

Um die Gleichungen übersichtlich zu gestalten, sind häufig mehrere Größen einer Maschine in Klammern gefaßt und durch einen einzigen Index an der Klammer gekennzeichnet.

Bei der Aufstellung der Systemgleichungen wird für alle parallelgeschalteten Maschinen ein Verbraucherzählpfeilsystem der Ständerspannungen und -ströme zugrunde gelegt.

3. Mathematische Beschreibung des Verhaltens von Asynchronmotorengruppen bei Netzumschaltungen

Der chronologische Ablauf einer Netzumschaltung weist vier verschiedene Zeitabschnitte auf, die jeweils durch einen anderen Einspeisezustand des Sammelschienensystems gekennzeichnet sind: die Zeiträume vor der Abschaltung und nach der Wiederschaltung der Sammelschiene, den dreiphasigen Abschaltvorgang und den Zeitabschnitt, in dem sich die Maschinen im Zustand der Spannungsunterbrechung befinden. In dieser Reihenfolge werden nun die Gleichungssysteme aufgestellt, die das Verhalten einer beliebigen Anzahl von parallelen Motoren während der einzelnen Zeitabschnitte beschreiben.

3.1 Voraussetzungen

Um den Aufwand für die Berechnung der Übergangsvorgänge in erträglichen Grenzen zu halten, werden einige Vereinfachungen bei der Beschreibung der Maschinen vorgenommen.

Es wird vorausgesetzt, daß jede Maschine hinsichtlich ihrer drei Stränge völlig symmetrisch aufgebaut ist.

Es wird angenommen, daß die Felder und Durchflutungen in den Maschinen räumlich sinusförmig verteilt sind. Die Eisen- und die Reibungsverluste werden vernachlässigt.

Die Eisensättigung wird lediglich bei der Berechnung der Wiedereinschaltvorgänge durch die Berücksichtigung der Streuungssättigung wiedergegeben.

Alle Läufergrößen werden auf den Ständer umgerechnet.

Bei Käfigläufern wird eine dreisträngige Läuferersatzwicklung angenommen. Auf die Berücksichtigung des Stromverdrängungseffektes wird in der vorliegenden Arbeit verzichtet. Eine diesbezügliche Erweiterung des verwendeten Maschinenmodells, z.B. durch eine Doppelkäfignäherung oder eine andere mehrgliedrige Läuferersatzschaltung ist jedoch grundsätzlich möglich. Hierzu wird auf die einschlägige Literatur (/6/, /7/, /41/ bis /45/) verwiesen.

3.2 Zweiachsenmodell der Asynchronmaschine

Um das transiente Verhalten der beteiligten Drehstrommotoren zu beschreiben, wird die Methode der Raumzeiger in der von Kovacs und Racz (/1/) eingeführten Form benutzt. Das Zusammenwirken der drei Stränge einer Drehstromwicklung zu einer resultierenden räumlichen Wirkung wird dabei durch komplexe Raumzeiger zum Ausdruck gebracht, die in einer gemeinsamen Ebene senkrecht zur Welle der Maschine liegen.

Der Zusammenhang zwischen einem beliebigen Raumzeiger $\underline{g}$ und den Augenblickswerten der zugehörigen Stranggrößen g_a , g_b und g_c wird durch:

$$\underline{g} = \frac{2}{3} (g_a + \underline{a} g_b + \underline{a}^2 g_c), \quad \underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (3.1)$$

definiert.

Unter den getroffenen Voraussetzungen kann jede der parallelen Asynchronmaschinen durch das folgende komplexe Gleichungssystem beschrieben werden, in welchem die Raumzeiger in einem mit der zunächst beliebigen Drehzahl n_K rotierenden Koordinatensystem dargestellt sind:

$$\frac{d\underline{\psi}_1}{dt} = \underline{u}_1 - R_1 \underline{i}_1 - j n_K \underline{\psi}_1, \quad (3.2)$$

$$\frac{d\underline{\psi}_2}{dt} = - R_2 \underline{i}_2 - j (n_K - n) \underline{\psi}_2, \quad (3.3)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_A} (\text{Im}\{\underline{i}_1 \underline{\psi}_1^*\} - d_{ML}), \quad (3.4)$$

wobei zwischen den Raumzeigern der Flußverkettungen und der Ströme die Beziehungen:

$$\underline{x}_1 = X_{11} \underline{i}_1 + X_{h1} \underline{i}_2, \quad (3.5)$$

$$\underline{\psi}_2 = X_{h1} \underline{i}_1 + X_{22} \underline{i}_2 \quad (3.6)$$

bestehen.

Indem man die Ströme durch die Flußverkettungen ausdrückt:

$$\underline{i}_1 = \frac{1}{\sigma X_1} \underline{\psi}_1 - \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \underline{\psi}_2 \quad , \quad (3.7)$$

$$\underline{i}_2 = - \frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \underline{\psi}_1 + \frac{1}{\sigma X_2} \underline{\psi}_2 \quad (3.8)$$

und diese Beziehungen in (3.2) bis (3.4) einsetzt, erhält man:

$$\frac{d\underline{\psi}_1}{dt} = \underline{u}_1 - \frac{R_1}{\sigma X_1} \underline{\psi}_1 - j n_K \underline{\psi}_1 + \frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \underline{\psi}_2 \quad , \quad (3.9)$$

$$\frac{d\underline{\psi}_2}{dt} = - \frac{R_2}{\sigma X_2} \underline{\psi}_2 - j (n_K - n) \underline{\psi}_2 + \frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \underline{\psi}_1 \quad , \quad (3.10)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{T_A} \left[\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \operatorname{Im} \{ \underline{\psi}_1 \underline{\psi}_2^* \} - d_{ML} \right] \quad . \quad (3.11)$$

Dieses Gleichungssystem stellt die Grundlage für die folgenden Berechnungen dar.

Für die Zweiachsendarstellung der Raumzeiger werden im weiteren die folgenden kartesischen Koordinatensysteme verwendet:

1. das ruhende, ständerwicklungs feste d, q - Koordinatensystem:

$$\underline{g} = g_d + j g_q \quad ,$$

dessen reelle Achse mit der Wicklungsachse des Stranges a zusammenfällt, so daß zwischen den Achsengrößen und den Stranggrößen des Ständers nach Bild 3.1 die Beziehungen:

$$g_d = \frac{2}{3} \left(g_a - \frac{g_b + g_c}{2} \right) \quad , \quad (3.12)$$

$$g_q = \frac{1}{\sqrt{3}} (g_b - g_c) \quad (3.13)$$

bestehen, und

2. das synchron mit dem Raumzeiger der Netzspannung umlaufende, d.h. mit Netzfrequenz rotierende α, β - Koordinatensystem:

$$\underline{g} = g_{\alpha} + jg_{\beta} \quad .$$

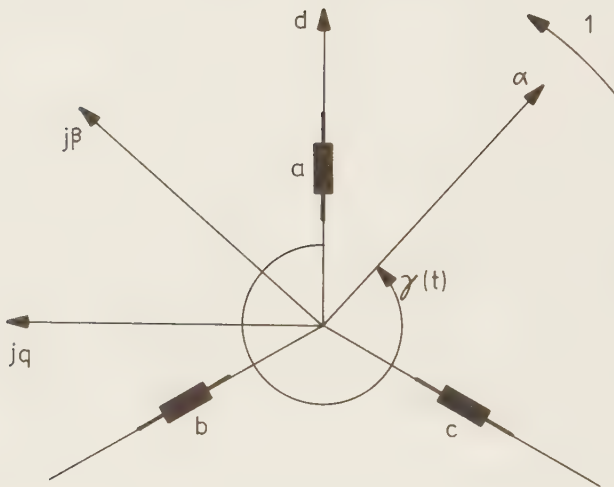


Bild 3.1 Koordinatensysteme

Zwischen den d, q - und den α, β - Komponenten bestehen nach Bild 3.1 die Transformationsbeziehungen:

$$g_{\alpha} = g_d \cos \gamma + g_q \sin \gamma \quad , \quad (3.14)$$

$$g_{\beta} = -g_d \sin \gamma + g_q \cos \gamma \quad , \quad (3.15)$$

$$g_d = g_{\alpha} \cos \gamma - g_{\beta} \sin \gamma, \quad (3.16)$$

$$g_q = g_{\alpha} \sin \gamma + g_{\beta} \cos \gamma, \quad (3.17)$$

durch die der Raumzeiger $\underline{g}$ von dem einen in das andere System umgerechnet werden kann.

Bei der nun folgenden Ableitung der Gleichungssysteme parallelgeschalteter Motoren wird jeweils ein allen Maschinen gemeinsames Koordinatensystem verwendet.

3.3 Gleichungssystem einer Asynchronmotorengruppe bei Betrieb am starren Netz

Es wird angenommen, daß das Spannungssystem, an das die Motoren vor und nach der Spannungsunterbrechung angeschlossen sind, völlig starr ist, so daß seine Spannung und seine Frequenz für die Motoren fest vorgegeben sind. Außerdem sei das Netzspannungssystem völlig symmetrisch. Um das Verhalten der Motoren während des Betriebes am Netz zu berechnen, werden alle Raumzeiger im synchron rotierenden α, β - System dargestellt.

Man erhält das Differentialgleichungssystem für eine Gruppe, die aus einer beliebigen Anzahl von N Motoren besteht, direkt aus (3.9) bis (3.11). Es lautet in Zweiachsendarstellung:

$$\frac{d\psi_{1\alpha v}}{dt} = u_{1\alpha} - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1\alpha v} + \psi_{1\beta v} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2\alpha v}, \quad (3.18)$$

$$\frac{d\psi_{1\beta v}}{dt} = u_{1\beta} - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1\beta v} - \psi_{1\alpha v} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2\beta v}, \quad (3.19)$$

$$\frac{d\psi_{2\alpha v}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2\alpha v} + (1-n_v) \psi_{2\beta v} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1\alpha v} \quad , \quad (3.20)$$

$$\frac{d\psi_{2\beta v}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2\beta v} - (1-n_v) \psi_{2\alpha v} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1\beta v} \quad , \quad (3.21)$$

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v (\psi_{1\beta v} \psi_{2\alpha v} - \psi_{1\alpha v} \psi_{2\beta v}) - d_{MLv} \right] \quad , \quad (3.22)$$

$$v = 1, 2, \dots, N,$$

wobei der Index v die Größen einer beliebigen Maschine der Gruppe kennzeichnet.

Durch die vereinfachende Annahme eines starren Netzes sind die Gleichungssysteme der N Motoren entkoppelt.

Bei der Berechnung einer Netzschnittung wird der Raumzeiger der Spannung des Netzes, von dem die Motoren abgeschaltet werden, in die reelle Achse des Koordinatensystems gelegt. Die Spannung des zweiten Netzes, auf das die Motoren umgeschaltet werden, kann dagegen eine andere Phasenlage einnehmen.

3.4 Berechnung des Abschaltvorganges

3.4.1 Ablauf des Abschaltvorganges

Die Spannungsunterbrechung wird durch das Abschalten der gemeinsamen Sammelschiene eingeleitet. Um die physikalische Wirkungsweise des Drehstrom-Leistungsschalters in der Sammelschienenzuleitung bei der Simulation nachzubilden, wird angenommen, daß die Lichtbogenströme jeweils genau im ersten natürlichen Stromnulldurchgang nach der Kontakttrennung erlöschen. Auf diese Weise entsteht während des Abschaltvorganges ein Zeitabschnitt, in dem die eine Phase der Sammelschiene bereits vom Netz getrennt ist, während die beiden anderen noch damit verbunden sind. Da die Stromführung in diesen Phasen im er-

sten darauffolgenden Nulldurchgang endet, dauert dieser Zustand etwa eine viertel Netzperiode.

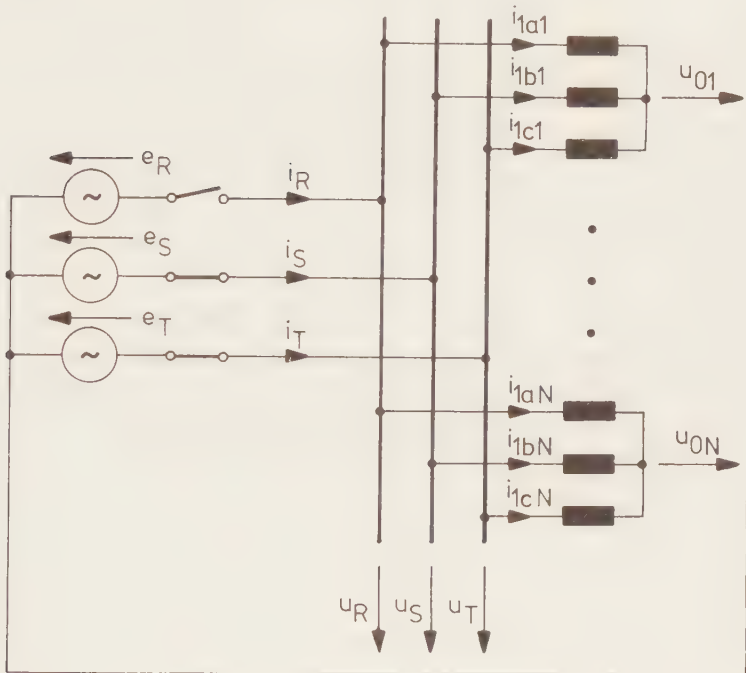


Bild 3.2 Vereinfachtes dreiphasiges Schaltbild
der Motorengruppe

Die vereinfachte Anordnung der Motoren ist in Bild 3.2 dargestellt. Die Motorsternpunkte seien nicht angeschlossen, so daß die folgenden Beziehungen auch bei Dreieckschaltung der Ständerwicklungen anwendbar sind. Das symmetrische Drehspannungssystem des Netzes wird durch die Spannungsquellen e_R , e_S und e_T wiedergegeben.

Man kann, ohne die Allgemeingültigkeit der folgenden Überlegungen einzuschränken, annehmen, daß nach der Kontakttrennung zuerst der Strom $i_R(t)$ im negativen Nulldurchgang im Zeitpunkt $t = t_0$ verschwindet. Dann gilt:

$$i_R(t) = 0 \quad , \quad (3.23)$$

$$i_S(t) = - i_T(t) \quad , \quad t \geq t_0 . \quad (3.24)$$

Bis zum Zeitpunkt $t = t_1$ des Stromnulldurchganges in den Phasen S und T wird die Sammelschiene weiter durch das Netz einphasig gespeist. Die verkettete Spannung:

$$u_{ST}(t) = u_S(t) - u_T(t) = e_S(t) - e_T(t) \quad (3.25)$$

ist noch fest vorgegeben. Der Brennspannungsabfall des Schaltlichtbogens wird im folgenden nicht berücksichtigt. An der Phase R der Sammelschiene liegt bereits eine von allen Motoren gemeinsam induzierte Spannung. Der Abschaltvorgang ist schließlich im Zeitpunkt $t = t_1$ beendet, wenn gilt:

$$i_R(t) = 0 \quad , \quad (3.26)$$

$$i_S(t) = 0 \quad , \quad (3.27)$$

$$i_T(t) = 0 \quad , \quad t \geq t_1 . \quad (3.28)$$

Die Spannungen $u_S(t)$ und $u_T(t)$ der Sammelschiene werden jetzt ebenfalls aus den in den Strängen b_v und c_v induzierten Spannungen gebildet.

3.4.2 Darstellung des Schaltzustandes im Zweiachsenmodell

Um das Verhalten der Motoren während des Abschaltvorganges zu berechnen, werden die Systemgleichungen zweckmäßigerweise im ständerwicklungsfesten d, q - Koordinatensystem formuliert.

Zu diesem Zweck werden die Gleichungen, die den Schaltzustand der Sammelschiene zum Ausdruck bringen, in die d, q - Komponentendarstellung überführt.

Zunächst werden die d, q - Komponenten der Ständerspannungsraumzeiger der Motoren ermittelt.

Für die Augenblickswerte der Strangströme aller Maschinen gilt, da keine Nullströme auftreten:

$$i_{1a} + i_{1b} + i_{1c} = 0, \quad v = 1, 2, \dots, N. \quad (3.29)$$

Da nach Voraussetzung alle Maschinen symmetrisch aufgebaut sind, ist bei jeder Maschine die Summe der Spannungen, die durch das Luftspaltfeld in den Ständerwicklungen induziert werden, gleich null. Aus (3.29) folgt, daß die Summe der Spannungsabfälle, die die Ständerstrangströme an den Wicklungswiderständen und den Ständerstreureaktanzen hervorrufen, ebenfalls gleich null ist, so daß auch für die Strangspannungen gilt:

$$u_{1av} + u_{1bv} + u_{1cv} = 0, \quad v = 1, 2, \dots, N. \quad (3.30)$$

Da die Sternpunkte der Motoren nicht angeschlossen sind, können zwischen den Motorsternpunkten und dem Netzsternpunkt Spannungen auftreten. Indem man die Strangspannungen durch die Sammelschienen- und die Sternpunktspannungen ausdrückt:

$$u_{1av} = u_R - u_{Ov}, \quad (3.31)$$

$$u_{1bv} = e_S - u_{Ov}, \quad (3.32)$$

$$u_{1cv} = e_T - u_{Ov}, \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (3.33)$$

und diese Beziehungen zusammen mit (3.30) nach den u_{ov} auflöst, erhält man:

$$u_{ov} = \frac{1}{3} (u_R + e_S + e_T) , \quad v = 1, 2, \dots, N , \quad (3.34)$$

worin u_R die von den Maschinen in der abgeschalteten Sammelschienenphase induzierte unbekannte Spannung ist.

Da nach (3.34) alle Sternpunktspannungen gleich sind, weisen alle Maschinen gleiche Strangspannungen auf, so daß auch ein allen Maschinen gemeinsamer Raumzeiger der Ständerspannung existiert:

$$u_1 = u_{1v} , \quad v = 1, 2, \dots, N . \quad (3.35)$$

Für seine d,q - Komponenten gilt:

$$u_{1d} = \frac{2}{3} (u_{1av} - \frac{1}{2} (u_{1bv} + u_{1cv})) , \quad (3.36)$$

$$u_{1q} = \frac{1}{\sqrt{3}} (u_{1bv} - u_{1cv}) , \quad v = 1, 2, \dots, N , \quad (3.37)$$

da die Richtungen der d-Achse und der Wicklungsachsen der Stränge a_v übereinstimmen. Mit (3.30) bis (3.34) folgt daraus:

$$u_{1d} = u_{1av} , \quad v = 1, 2, \dots, N , \quad (3.38)$$

$$u_{1q} = \frac{1}{\sqrt{3}} (e_S - e_T) . \quad (3.39)$$

Die Komponente u_{1d} ist identisch mit der an den Strängen a_v anliegenden unbekannten Spannung. Die q-Komponente ist durch die vom Netz vorgegebene verkettete Spannung der Phasen S und T festgelegt.

Da die gemeinsame Sternpunktspannung bei der Raumzeigerbildung keinen Beitrag liefert, sind der Raumzeiger der Phasenspannungen an der Sammelschiene und der Raumzeiger der Strangspannungen auch während des Abschaltvorganges identisch.

Für den Raumzeiger des Stromes $\underline{i}$ in den Netzzuleitungen gilt:

$$\underline{i} = \sum_{v=1}^N \underline{i}_{1v} . \quad (3.41)$$

Mit den Knotenpunktgleichungen des Abschaltzustandes:

$$\sum_{v=1}^N i_{1av}(t) = 0 , \quad (3.42)$$

$$\sum_{v=1}^N i_{1bv}(t) = i_S(t) , \quad (3.43)$$

$$\sum_{v=1}^N i_{1cv}(t) = i_T(t) = - i_S(t) , \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (3.44)$$

erhält man aus (3.41):

$$\underline{i} = \sum_{v=1}^N \frac{2}{3} (i_{1a} + \underline{a} i_{1bv} + \underline{a}^2 i_{1cv}) = j \frac{2}{3} \sqrt{3} i_S(t). \quad (3.45)$$

Der Raumzeiger des Netzstromes liegt während des Abschaltvorganges in der q-Achse. Der Schaltzustand der Sammelschiene während des Abschaltvorganges kommt demnach im d,q - System durch:

$$u_{1d} = u_{1dv} = \frac{2}{3} (u_R - \frac{1}{2} (e_S + e_T)) , \quad (3.46)$$

$$u_{1q} = u_{1qv} = \frac{1}{\sqrt{3}} (e_S - e_T) , \quad (3.47)$$

$$i_d = \sum_{v=1}^N i_{1dv} = 0 , \quad (3.48)$$

$$i_q = \sum_{v=1}^N i_{1qv} = \frac{2}{3} \sqrt{3} i_s , \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (3.49)$$

zum Ausdruck, wobei u_R und i_s unbekannt sind. Die Gleichungen (3.47) und (3.48), die die besondere Anordnung der Motoren an einer gemeinsamen Sammelschiene und deren Schaltzustand zum Ausdruck bringen, sind bei der Berechnung der Übergangsvorgänge als Nebenbedingungen der Differentialgleichungssysteme einzuhalten.

3.4.3 Gleichungssystem des Abschaltzustandes

Um die Übergangsvorgänge des Abschaltvorganges zu berechnen, steht ein Gleichungssystem zur Verfügung, welches aus den N Differentialgleichungssystemen und den Nebenbedingungen des Abschaltzustandes besteht.

Es lautet in d, q - Koordinaten:

$$\frac{d\psi_{1dv}}{dt} = u_{1d} - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1dv} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2dv} , \quad (3.50)$$

$$\frac{d\psi_{1qv}}{dt} = u_{1q} - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1qv} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2qv} , \quad (3.51)$$

$$\frac{d\psi_{2dv}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2dv} - n_v \psi_{2qv} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1dv} , \quad (3.52)$$

$$\frac{d\psi_{2qv}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2qv} + n_v \psi_{2dv} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1qv} , \quad (3.53)$$

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v (\psi_{1qv} \psi_{2dv} - \psi_{1dv} \psi_{2qv}) - d_{MLv} \right] , \quad (3.54)$$

$$v = 1, 2, \dots, N$$

$$u_{1q} = \frac{1}{\sqrt{3}} (e_S - e_T) , \quad (3.55)$$

$$\sum_{v=1}^N i_{1d.} = \sum_{v=1}^N \left[\left(\frac{1}{\partial X_1} \right)_v \psi_{1dv} - \left(\frac{X_h}{\partial X_1 X_2} \right)_v \psi_{2dv} \right] = 0 . \quad (3.56)$$

Für die numerische Berechnung des Abschaltvorganges ist das Gleichungssystem allerdings in dieser Form aus zwei Gründen noch nicht geeignet. Eine erste wesentliche Schwierigkeit für die numerische Lösung der Differentialgleichungen besteht darin, daß die Spannung u_{1d} nicht bekannt ist, sondern als induzierte Spannung erst nachträglich aus den zeitlichen Verläufen der Flußverkettungen ermittelt werden kann. Eine weitere Schwierigkeit ist dadurch vorhanden, daß zur Erfüllung der Gleichung (3.56) eine der Flußverkettungen der d-Achse als Abhängige der übrigen Flußverkettungen aufgefaßt werden muß.

Um das Differentialgleichungssystem in eine für die numerische Integration geeignete Form zu überführen, wird eine Substitution von Variablen vorgenommen, die die unbekannte Spannung u_{1d} aus den Gleichungen eliminiert.

Zu diesem Zweck werden die Größen:

$$\psi_{1d1v} = \psi_{1d1} - \psi_{1dv} , \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (3.57)$$

anstelle der Größen ψ_{1dv} in das Gleichungssystem eingeführt. Auf diese Weise fällt die Spannung u_{1d} heraus, wenn die Differenz der Ableitungsfunktionen gebildet wird. Damit außerdem die Nebenbedingung erfüllt wird, daß die Summe der Ständerströme aller Maschinen in der d-Achse gleich null ist, wird die Gleichung (3.56) bei der Substitution mit eingearbeitet.

Dazu wird das Gleichungssystem:

$$\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \psi_{1d\mu} = \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2d\mu}$$

$$\psi_{1d1} - \psi_{1dv} = \psi_{1d1v} \quad , \quad v = 1, 2, \dots, N$$

zuerst nach ψ_{1d1} und dann nach dem restlichen ψ_{1dv} aufgelöst. Man erhält:

$$\psi_{1dv} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2d\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \psi_{1d1\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} - \psi_{1d1v} \quad , \quad (3.58)$$

$$v = 1, 2, \dots, N.$$

Damit lautet schließlich das Gleichungssystem der Motorengruppe während des Abschaltvorganges:

$$\psi_{1dv} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2d\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \psi_{1d1\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} - \psi_{1d1v} \quad , \quad (3.59)$$

$$\frac{d\psi_{1d1v}}{dt} = - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_1 \psi_{1d1} + \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1dv} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \psi_{2d1} - \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2dv} \quad , \quad (3.60)$$

$$\frac{d\psi_{1qv}}{dt} = u_{1q}(t) - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \psi_{1qv} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2qv} \quad , \quad (3.61)$$

$$\frac{d\psi_{2dv}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2dv} - n_v \psi_{2qv} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1dv} \quad , \quad (3.62)$$

$$\frac{d\psi_{2qv}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \psi_{2qv} + n_v \psi_{2dv} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{1qv} \quad , \quad (3.63)$$

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v (\psi_{1qv} \psi_{2dv} - \psi_{1dv} \psi_{2qv}) - d_{MLv} \right] \quad , \quad (3.64)$$

$$v = 1, 2, \dots, N \quad .$$

Die Größen ψ_{1dv} treten in diesem Gleichungssystem nicht mehr als Zustandsvariable sondern nur noch als Zwischengrößen auf.

3.4.4 Festlegung der Anfangswerte im ruhenden Koordinatensystem

Für die numerische Lösung der Differentialgleichungen müssen die Anfangswerte der Zustandsvariablen bei Beginn des Abschaltvorganges im ruhenden Koordinatensystem festgelegt werden. Die Raumzeiger der Flußverkettungen aller Maschinen sind dazu aus dem α, β - System in das d, q - System zu transformieren.

Um die Lage des rotierenden in Bezug auf das ruhende Koordinatensystem im Zeitpunkt $t = t_0$ zu bestimmen, wird der Raumzeiger des Stromes $\underline{i}$ in den Netzzuleitungen herangezogen:

$$\underline{i} = \sum_{v=1}^N \underline{i}_{1v} = \sum_{v=1}^N (i_{1\alpha v} + j i_{1\beta v}) \quad .$$

Seine Projektionen auf die Achsen d und q ergeben die Augenblickswerte der Ströme in den Netzzuleitungen der zweiachsigen Modelldarstellung. Im Augenblick $t = t_0$ des negativen Stromnulldurchganges des Netzstromes in der Achse d liegt $\underline{i}$ genau in der q -Achse.

Somit steht die Lage des α, β - Systems gegenüber dem d, q - System fest (Bild 3.3).

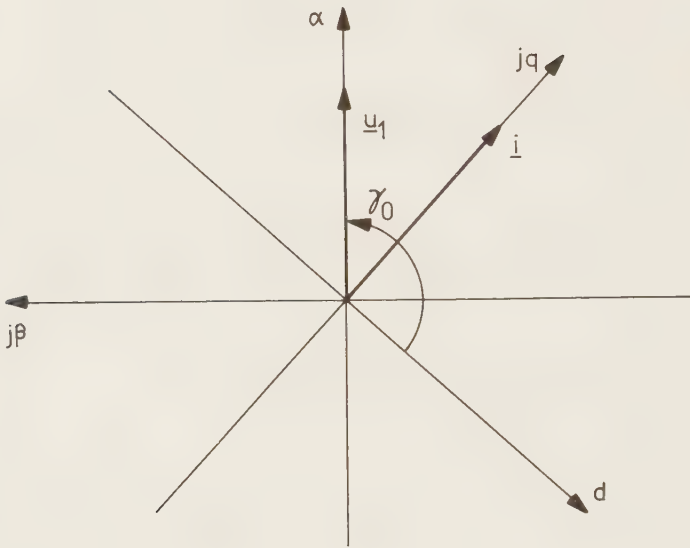


Bild 3.3 Lage des α, β - in Bezug auf das d, q - System bei $t = t_0$

Die Anfangswerte der Flußverkettungen im d, q - System werden nun mit Hilfe der Koordinatentransformation:

$$g_d(t_0) = g_\alpha(t_0) \cos \gamma_0 - g_\beta(t_0) \sin \gamma_0 \quad , \quad (3.65)$$

$$g_q(t_0) = g_\alpha(t_0) \sin \gamma_0 + g_\beta(t_0) \cos \gamma_0 \quad , \quad (3.66)$$

wobei:

$$\gamma_0 = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\sum_{v=1}^N i_{1\beta v}}{\sum_{v=1}^N i_{1\alpha v}} \quad (3.67)$$

ist, aus den Augenblickswerten der entsprechenden α, β - Komponenten ermittelt.

3.5 Gleichungssystem der Spannungsunterbrechung

Um die Vorgänge während der Spannungsunterbrechung zu berechnen, werden die Systemgleichungen wieder im α, β - Koordinatensystem formuliert.

Da die Sammelschiene während der Spannungsunterbrechung allpolig vom Netz getrennt ist, lauten die Nebenbedingungen dieses Zustandes:

$$u_{1\alpha v} = u_{1\alpha} \quad , \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (3.68)$$

$$u_{1\beta v} = u_{1\beta} \quad , \quad v = 1, 2, \dots, N \quad (3.69)$$

$$\sum_{v=1}^N i_{1\alpha v} = 0 \quad , \quad (3.70)$$

$$\sum_{v=1}^N i_{1\beta v} = 0 \quad , \quad (3.71)$$

wobei jetzt sowohl $u_{1\alpha}$ als auch $u_{1\beta}$ Komponenten der induzierten, gemeinsamen Ständerspannung sind.

Auch in diesem Fall werden in gleicher Weise wie bei der Berechnung des Abschaltvorganges neue Variable $\psi_{1\alpha 1v}$, $\psi_{1\beta 1v}$; $v = 1, 2, \dots, N$ eingeführt, um die Differentialgleichungssysteme in eine Form zu bringen, die die numerische Integration der Gleichungen ermöglicht und gleichzeitig die Nebenbedingungen erfüllt. Das resultierende gemeinsame Differentialgleichungssystem aller Motoren lautet:

$$\psi_{1\alpha\nu} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2\alpha\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \psi_{1\alpha 1\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} - \psi_{1\alpha 1\nu}, \quad (3.73)$$

$$\psi_{1\beta\nu} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2\beta\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \psi_{1\beta 1\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} - \psi_{1\beta 1\nu}, \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{1\alpha 1\nu}}{dt} = & - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_1 \psi_{1\alpha 1} + \psi_{1\beta 1} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \psi_{2\alpha 1} \\ & + \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_{\nu} \psi_{1\alpha\nu} - \psi_{1\beta\nu} - \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \psi_{2\alpha\nu}, \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{1\beta 1\nu}}{dt} = & - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_1 \psi_{1\beta 1} - \psi_{1\alpha 1} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \psi_{2\beta 1} \\ & + \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_{\nu} \psi_{1\beta\nu} + \psi_{1\alpha\nu} - \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \psi_{2\beta\nu}, \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\frac{d\psi_{2\alpha\nu}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_{\nu} \psi_{2\alpha\nu} + (1-n_{\nu}) \psi_{2\beta\nu} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \psi_{1\alpha\nu}, \quad (3.77)$$

$$\frac{d\psi_{2\beta\nu}}{dt} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_{\nu} \psi_{2\beta\nu} - (1-n_{\nu}) \psi_{2\alpha\nu} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \psi_{1\beta\nu}, \quad (3.78)$$

$$\frac{dn_{\nu}}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} (\psi_{1\beta\nu} \psi_{2\alpha\nu} - \psi_{1\alpha\nu} \psi_{2\beta\nu}) - d_{ML\nu} \right], \quad (3.79)$$

$$\nu = 1, 2, \dots, N.$$

Auch in diesem Gleichungssystem erfüllen die Flußverkettungen $\psi_{1\alpha v}$ und $\psi_{1\beta v}$ nur die Funktionen von Zwischengrößen.

Das resultierende Gleichungssystem, das durch die Verknüpfung der N Differentialgleichungssysteme fünfter Ordnung mit Hilfe der Nebenbedingungen entstanden ist, ist nur von (5N-2)-ter Ordnung, da die Größen $\psi_{1\alpha 11}$ und $\psi_{1\beta 11}$ identisch gleich null sind.

Die Anfangswerte der Flußverkettungen im α, β - System werden bei Beginn der Spannungsunterbrechung, d.h. im Augenblick $t = t_1$ des Stromnulldurchganges in der q-Achse der Sammelschienenzuleitung durch die Koordinatentransformation:

$$g_{\alpha}(t_1) = g_d(t_1)\cos(\gamma_0+t_1-t_0) + g_q(t_1)\sin(\gamma_0+t_1-t_0) , \quad (3.80)$$

$$g_{\beta}(t_1) = -g_d(t_1)\sin(\gamma_0+t_1-t_0) + g_q(t_1)\cos(\gamma_0+t_1-t_0) , \quad (3.81)$$

aus den Augenblickswerten der entsprechenden Komponenten des d,q - Systems ermittelt.

3.6 Berechnung der induzierten Ständerspannung

Für die Berechnung des Abschaltvorganges wurde die unbekannte Komponente u_{1d} der Ständerspannung aus dem Gleichungssystem der Motorengruppe eliminiert. Das gleiche gilt für die Komponenten $u_{1\alpha}$ und $u_{1\beta}$ bei der Berechnung der Spannungsunterbrechung. Man kann die Zeitverläufe dieser Spannungsponenten, die an der gemeinsamen Sammelschiene aus den induzierten Spannungen aller Maschinen gebildet werden, deshalb erst nachträglich aus den Zeitverläufen der Flußverkettungen und der Drehzahlen berechnen, nachdem man diese durch Integration der Differentialgleichungen gewonnen hat. Es bieten sich dafür zwei Möglichkeiten an, die am Beispiel der Komponente u_{1d} erläutert werden.

Zunächst wäre es naheliegend, u_{1d} nach (3.50) aus den Flußverkettungen einer beliebigen Maschine, z.B. der Maschine 1, zu berechnen:

$$u_{1d} = \frac{d\psi_{1d1}}{dt} + \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_1 \psi_{1d1} - \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \psi_{2d1} \quad (3.82)$$

In diesem Fall müßte allerdings der diskretisiert vorliegende Zeitverlauf der Ständerflußverkettungskomponente ψ_{1d1} numerisch differenziert werden.

Die Differentiation läßt sich vermeiden, wenn man die Eigenschaft, daß die Flußverkettungen als Lösungen der Differentialgleichungen die Nebenbedingungen erfüllen, ausnutzt; denn für die zeitlichen Verläufe der Komponenten ψ_{1dv} und ψ_{2dv} gilt wegen (3.56) auch:

$$\sum_{v=1}^N \frac{di_{1dv}}{dt} = \sum_{v=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v \frac{d\psi_{1dv}}{dt} - \sum_{v=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \frac{d\psi_{2dv}}{dt} = 0 \quad (3.83)$$

Indem man die Ableitungen entsprechend den Gleichungen (3.50) und (3.52) durch die Flußverkettungen selbst ersetzt, erhält man aus (3.83), wenn man noch nach u_{1d} auflöst:

$$\begin{aligned} u_{1d} = \frac{1}{\sum_{v=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v} & \left\{ \sum_{v=1}^N \left[\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \right] \psi_{1dv} \right. \\ & - \sum_{v=1}^N \left[\left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \right] \psi_{2dv} \\ & \left. - \sum_{v=1}^N n_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2qv} \right\} \quad (3.84) \end{aligned}$$

Da in (3.84) keine Differentiation notwendig ist, eignet sich diese Beziehung besser für die numerische Berechnung als (3.82).

Auf dem gleichen Wege erhält man die Komponenten $u_{1\alpha}$ und $u_{1\beta}$ während der Spannungsunterbrechung aus:

$$\begin{aligned}
 u_{1\alpha, \beta} = & \frac{1}{\sum_{v=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v} \left\{ \sum_{v=1}^N \left[\left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \right] \psi_{1\alpha v, \beta v} \right. \\
 & - \sum_{v=1}^N \left[\left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \right] \psi_{2\alpha v, \beta v} \\
 & \left. + \sum_{v=1}^N n_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \psi_{2\beta v, \alpha v} \right\}, \quad (3.85)
 \end{aligned}$$

wobei für $u_{1\alpha}$ das Minuszeichen vor dem letzten Summenausdruck gilt.

4. Digitale Berechnung von Spannungsunterbrechungen und Netzumschaltungen

Die im vorangegangenen Abschnitt aufgestellten Differentialgleichungssysteme für eine Motorengruppe sind wegen ihres Umfanges und wegen ihrer Nichtlinearität im allgemeinen nicht geschlossen lösbar. Die Berechnung der Übergangsvorgänge bei Spannungsunterbrechungen bzw. Netzumschaltungen wird deshalb durch schrittweise numerische Integration der Differentialgleichungen im Rahmen eines Digitalrechenprogrammes vorgenommen. Die drei Differentialgleichungssysteme, die das Verhalten der Motoren während der bei einer Umschaltung auftretenden Schaltzustände des Sammelschienensystems beschreiben, werden zu diesem Zweck zu einem einzigen Gleichungssystem kombiniert. Die Struktur dieses Systems ist durch binäre Parameter, welche nur die Werte null oder eins annehmen können, so zu steuern, daß es in Abhängigkeit von diesen Parametern in jedes der ursprünglichen Gleichungssysteme übergeführt werden kann.

Die Parameter K_d und K_q werden verwendet, um den Schaltzustand der Sammelschiene zu kennzeichnen. K_d bzw. K_q erhalten den Wert eins, wenn die d- bzw. q-Achse des Zweiaachsenmodells der Sammelschiene mit dem speisenden Netz verbunden ist, und den Wert null, wenn die betreffende Achse vom Netz getrennt ist.

Der Parameter n_K dient dazu, das gewünschte Koordinatensystem festzulegen. Die Gleichungen besitzen die Form, die zur Darstellung der Raumzeiger im α, β - System erforderlich ist, wenn n_K den Wert eins aufweist. Für n_K gleich null sind die Gleichungen in d, q - Koordinaten formuliert.

Zur Darstellung des kombinierten Gleichungssystems werden als Variable $y_{1v}, y_{2v}, \dots, y_{5v}$ und als Hilfsvariable y_{6v} und y_{7v} sowie die Spannungen v_1 und v_2 eingeführt, deren Bedeutung sich in Abhängigkeit von K_d , K_q und n_K aus Tabelle 4.1 ergibt.

$$y_{1v} = \begin{cases} K_d \cdot 1_{\alpha} + (1-K_d) \psi_{1\alpha 1v} & , \quad n_K = 1 \\ K_d \psi_{1d v} + (1-K_d) \psi_{1d 1v} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

$$y_{2v} = \begin{cases} K_q \psi_{1\beta v} + (1-K_q) \psi_{1\beta 1v} & , \quad n_K = 1 \\ K_q \psi_{1q v} + (1-K_q) \psi_{1q 1v} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.2)$$

$$y_{3v} = \begin{cases} \psi_{2\alpha v} & , \quad n_K = 1 \\ 2d & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

$$y_{4v} = \begin{cases} \psi_{2\beta v} & , \quad n_K = 1 \\ \psi_{2q v} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.4)$$

$$y_{5v} = \begin{cases} n_v & , \quad n_K = 1 \\ n_v & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

$$y_{6v} = \begin{cases} \psi_{1\alpha v} & , \quad n_K = 1 \\ \psi_{1d v} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

$$y_{7v} = \begin{cases} \psi_{1\beta v} & , \quad n_K = 1 \\ 1q & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

$$v_1 = \begin{cases} u_{1\alpha} & , \quad n_K = 1 \\ u_{1d} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

$$v_2 = \begin{cases} u_{1r} & , \quad n_K = 1 \\ u_{1q} & , \quad n_K = 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$v = 1, 2, \dots, N.$$

$$K_d, K_q \in 0, 1$$

Tabelle 4.1 Definition der Größen $y_{1v}, y_{2v}, \dots, y_{7v}$,
 v_1 und v_2 als Funktion der Parameter K_d, K_q, n_K

Die Variablen y_{1v} bis y_{4v} sowie y_{6v} und y_{7v} treten in Abhängigkeit vom Wert des Parameters n_K entweder an die Stelle der d, q - oder an die Stelle der α, β - Komponenten der Flußverkettungen. Außerdem können die Variablen y_{1v} und y_{2v} als Funktion der Parameter K_d und K_q entweder die Größen ψ_{1dv} bzw. ψ_{1qv} oder die Größen ψ_{1d1v} bzw. ψ_{1q1v} repräsentieren.

Mit diesen Vereinbarungen erhält das kombinierte Gleichungssystem die in Tabelle 4.2 enthaltene Gestalt, wobei die Ableitungsfunktionen zur Vereinfachung der Schreibweise f_{1v} bis f_{5v} genannt werden.

Die Anfangswerte der Variablen y_{1v} bis y_{5v} sind entsprechend den Definitionen (4.1) bis (4.5) zu bestimmen.

Für die Parameterkonstellation $K_d = 1$, $K_q = 1$ und $n_K = 1$ geht das kombinierte Gleichungssystem in das für den Betrieb der Motoren am symmetrischen Netz gültige Gleichungssystem (3.18) bis (3.22) über.

Das für die Berechnung des Abschaltvorganges erforderliche Gleichungssystem (3.59) bis (3.64) ergibt sich für $K_d = 0$, $K_q = 1$ und $n_K = 0$.

Die Berechnung der Spannungsunterbrechung erfolgt bei $K_d = 0$, $K_q = 0$ und $n_K = 1$, wodurch das kombinierte Gleichungssystem auf die Form der Gleichungen (3.73) bis (3.79) gebracht wird.

Für v_1 und v_2 sind bei $K_d = 1$ und $K_q = 1$ entsprechend den Gleichungen (4.8) und (4.9) die Komponenten der Netzspannung einzusetzen. Da v_1 und v_2 bei $K_d = 0$ bzw. $K_q = 0$ bei der Subtraktion der Ableitungsfunktionen in (4.23) bzw. (4.24) herausfallen, kann bei der Berechnung der Ableitungsfunktionen nach (4.16) und (4.17) auch bei $K_d = 0$ und $K_q = 0$ mit den Netzspannungskomponenten gerechnet werden.

$$f_{1v} = v_1 - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v y_{6v} + n_K y_{7v} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v y_{3v} , \quad (4.16)$$

$$f_{2v} = v_2 - \left(\frac{R_1}{\sigma X_1} \right)_v y_{7v} - n_K y_{6v} + \left(\frac{R_1 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v y_{4v} , \quad (4.17)$$

$$f_{3v} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v y_{3v} + (n_K - y_{5v}) y_{4v} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v y_{6v} , \quad (4.18)$$

$$f_{4v} = - \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_v y_{4v} - (n_K - y_{5v}) y_{3v} + \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v y_{7v} , \quad (4.19)$$

$$f_{5v} = \frac{1}{T_{Av}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_v (y_{6v} y_{4v} - y_{7v} y_{3v}) - d_{MLv} \right] , \quad (4.20)$$

$$y_{6v} = K_d y_{1v} + (1 - K_d) \left\{ \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_\mu y_{3\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu y_{1\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} - y_{1v} \right\} , \quad (4.21)$$

$$y_{7v} = K_q y_{2v} + (1 - K_q) \left\{ \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_\mu y_{4\mu} + \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu y_{2\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} - y_{2v} \right\} , \quad (4.22)$$

$$\frac{dy_{1v}}{dt} = K_d f_{1v} + (1 - K_d) (f_{11} - f_{1v}) , \quad (4.23)$$

$$\frac{dy_{2v}}{dt} = K_q f_{2v} + (1 - K_q) (f_{21} - f_{2v}) , \quad (4.24)$$

$$\frac{dy_{3v}}{dt} = f_{3v} , \quad (4.25)$$

$$\frac{dy_{4v}}{dt} = f_{4v} , \quad (4.26)$$

$$\frac{dy_{5v}}{dt} = f_{5v} , \quad (4.27)$$

$$v = 1, 2, \dots, N$$

$$K_d, K_q, n_K \in 0, 1$$

Tabelle 4.2 Kombiniertes Gleichungssystem der Motorengruppe

Das Differentialgleichungssystem der Motorengruppe besitzt demnach die Form:

$$\frac{dy_{kv}}{dt} = f_{kv}(v_k, y_{1v}, \dots, y_{5v}), \quad k = 1, 2, \dots, 5, \quad (4.10)$$

$$v = 1, 2, \dots, N.$$

Um die Lösungen dieses Systems zu berechnen, wird zur schrittweisen numerischen Integration ein Runge-Kutta-Verfahren vierter Ordnung verwendet, dessen Integrationsalgorithmus für einen Schritt von t nach $(t+h)$ mit der Schrittweite h nach [3] lautet:

$$p_{kv} = hf_{kv}(v_k(t), y_{1v}, \dots, y_{5v}), \quad (4.11)$$

$$q_{kv} = hf_{kv}(v_k(t+h/2), y_{1v}+p_{1v}/2, \dots, y_{5v}+p_{5v}/2), \quad (4.12)$$

$$r_{kv} = hf_{kv}(v_k(t+h/2), y_{1v}+q_{1v}/2, \dots, y_{5v}+q_{5v}/2), \quad (4.13)$$

$$s_{kv} = hf_{kv}(v_k(t+h), y_{1v}+r_{1v}/2, \dots, y_{5v}+r_{5v}/2), \quad (4.14)$$

$$y_{kv}(t+h) = y_{kv}(t) + (p_{kv}+2q_{kv}+2r_{kv}+s_{kv})/6, \quad (4.15)$$

$$k = 1, 2, \dots, 5,$$

$$v = 1, 2, \dots, N.$$

Für die Simulation der Spannungsunterbrechungen und Netzschaftungen, deren Ergebnisse in den folgenden Abschnitten vorgestellt werden, wurde eine konstante Schrittweite von einer halben Millisekunde gewählt.

Das verwendete Digitalrechenprogramm ist so konzipiert, daß mit ihm eine Reihe von verschiedenen Störungsfällen im Betrieb von Motorengruppen, wie z.B. dreipoliger Kurzschluß, Spannungseinbruch, ein- oder dreipolige Spannungsunterbrechung und Netzschaftung simuliert werden können.

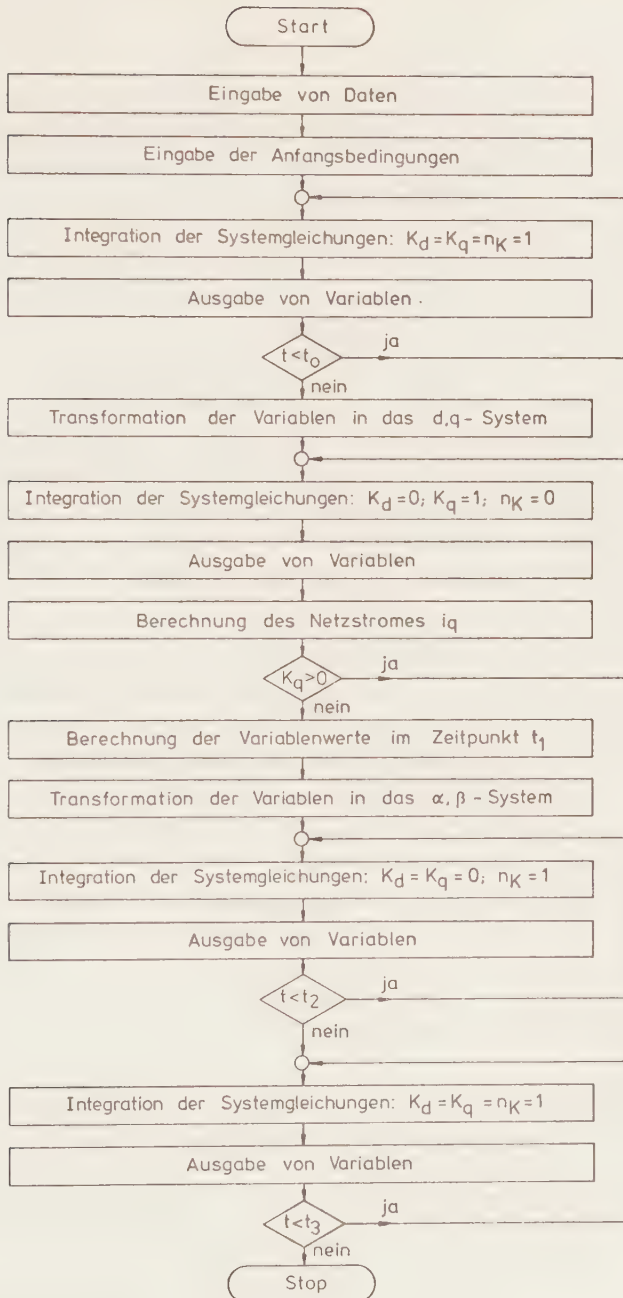


Bild 4.1 Übersichtsflußdiagramm des Simulationsprogrammes

In Bild 4.1 ist ein Übersichtsflußdiagramm dieses Programmes für das Beispiel einer Netzumschaltung dargestellt. Die zeitlichen Abschnitte des Umschaltvorganges sind darin in ihrer chronologischen Reihenfolge abgebildet.

Vor der Berechnung eines bestimmten Abschnittes werden die Werte der Parameter K_d , K_q und n_K so festgelegt, daß die Systemgleichungen die gewünschte Form erhalten. Das Ende jedes Abschnittes mit Ausnahme des Abschaltvorganges wird durch einen der zu Beginn eingegebenen Zeitpunkte t_0 , t_2 und t_3 festgesetzt.

Auf eine detailliertere Schilderung des Programmaufbaues muß in diesem Zusammenhang verzichtet werden.

Es soll hier nur noch auf das Verfahren bei der Berechnung des Abschaltvorganges eingegangen werden.

Zur Berechnung des Abschaltvorganges werden die Zustandsgrößen aus dem α, β - System in das d, q - System transformiert. Die Transformation erfolgt so, daß der Beginn des Abschaltvorganges genau mit dem Nulldurchgang der d -Komponente des Stromes in der Sammelschienenzuleitung zusammenfällt. Die Integrationsschleife des Abschaltvorganges wird danach so lange durchlaufen, bis auch die q -Komponente des Netzstromes durch null gegangen ist. Um diesen Nulldurchgang zu erfassen, wird nach jedem Integrationsschritt das Produkt der Augenblickswerte der Stromkomponente i_q vor und nach dem letzten Integrationsschritt kontrolliert. Der Zeitpunkt $t=t_1$ des Stromnulldurchganges liegt innerhalb des letzten Integrationsintervalles, sobald das Produkt gleich null oder negativ ist. Wenn der Zeitpunkt t_1 nicht genau mit dem Ende des letzten Integrationsschrittes zusammenfällt, so werden die Werte der Zustandsvariablen $y_{kv}(t_1)$ aus den Werten $y_{kv}(t-h)$ und $y_{kv}(t)$ vor und nach dem letzten Integrationsschritt durch die folgende lineare Interpolation ermittelt:

$$Y_{kv}(t_1) = Y_{kv}(t) - \left[Y_{kv}(t) - Y_{kv}(t-h) \right] \left[\frac{t-t_1}{h} \right], \quad (4.28)$$

$$k = 1, 2, \dots, 5,$$

$$v = 1, 2, \dots, N.$$

Dabei ist:

$$t_1 = t - h \frac{|i_q(t)|}{|i_q(t-h)| + |i_q(t)|}. \quad (4.29)$$

Die so erhaltenen Werte der Variablen werden als Anfangswerte der Spannungsunterbrechung in das α, β - System transformiert.

5. Transientes Verhalten von Asynchronmotoren- gruppen bei Spannungsunterbrechungen

Zu Beginn der nun folgenden Untersuchung des Übergangsverhaltens von parallelgeschalteten Asynchronmotoren nach der Trennung vom Netz sei nochmals daran erinnert, daß die Parameter der beteiligten Motoren aufgrund der Vereinfachungen, welche bei der Auswahl des Maschinenmodells getroffen wurden, während des betrachteten Zeitraumes als konstant anzusehen sind.

Die Daten der Motoren sowie diejenigen Werte ihrer Parameter, die den folgenden Berechnungen zugrunde liegen, sind in Abschnitt A1 des Anhanges zusammengestellt.

Um eine einheitliche Beurteilung der Übergangsvorgänge zu ermöglichen, wird davon ausgegangen, daß die Maschinen jeweils aus stationärem Betrieb bei Nennspannung abgeschaltet werden. Die Maschinen werden immer durch Abschaltvorgänge vom Netz getrennt, bei denen die Lichtbogenströme der zweitlöschenden Phasen im ersten natürlichen Nulldurchgang nach dem Verschwinden des Stromes in der erstlöschenden Phase zu null werden. Die Auswirkungen eines länger andauernden Abschaltvorganges auf die Vorgänge während der Spannungsunterbrechung werden ebenso wie die Vorgänge während des Abschaltvorganges selbst nicht im einzelnen behandelt.

Zur Analyse des Übergangsverhaltens werden das Differentialgleichungssystem der Motoren für den Unterbrechungszustand sowie einige Beziehungen zwischen den interessierenden Größen herangezogen, welche die Vorgänge während der Spannungsunterbrechung kennzeichnen. Um das Übergangsverhalten anhand dieser Gleichungen zu erläutern, wird der Einfluß der Ständerwiderstände, der vor allem bei größeren Motoren sehr gering ist, vernachlässigt.

In den dargestellten Zeitverläufen der digital simulierten Unterbrechungsvorgänge, welche zur Veranschaulichung des Übergangsverhaltens dienen sollen, ist der Einfluß der Ständerwiderstände dagegen mit berücksichtigt.

5.1 Differentialgleichungssystem der Motorengruppe bei Vernachlässigung der Ständerwiderstände

Für die Analyse der Vorgänge nach dem Abschalten paralleler Asynchronmotoren ist es zweckmäßig, wenn man die in Abschnitt 3.5 angegebenen Differentialgleichungen des Zweiachsenmodells der Motorengruppe zu komplexen Differentialgleichungen für die Raumzeiger zusammenfaßt. Unter der Voraussetzung:

$$R_1 = 0, \quad v = 1, 2, \dots, N$$

können die Ständerflußverkettungen aller Maschinen gleichgesetzt werden:

$$\psi_{1v} = \psi_1, \quad v = 1, 2, \dots, N.$$

Mit Hilfe dieser Vereinfachung erhält man nach einer einfachen Umformung aus (3.73) bis (3.79) das folgende Gleichungssystem für die Raumzeiger der Läuferflußverkettungen und die Drehzahlen:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{2v}}{dt} = & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \psi_{2v} - j(1-n_v) \psi_{2v} \\ & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \frac{\sum_{\mu=1}^N \left[\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu \left[\psi_{2v} - \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_v \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_\mu \psi_{2\mu} \right] \right]}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu}, \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} \left\{ \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_{h1}}{\sigma X_1 X_2} \right)_v \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_\mu \operatorname{Im} \{ \psi_{2\mu} \psi_{2v}^* \}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} - d_{MLv} \right\}, \quad v = 1, 2, \dots, N, \quad (5.2)$$

das für eine näherungsweise Berechnung der Übergangsvorgänge genügt.

Die Raumzeiger der übrigen interessierenden Größen können durch die Läuferflußverkettungen und die Drehzahlen ausgedrückt werden.

Für die Ständerflußverkettung gilt:

$$\underline{\psi}_1 = \underline{\psi}_{1v} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \underline{\psi}_{2\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}}, \quad v = 1, 2, \dots, N. \quad (5.3)$$

Damit erhält man aus (3.7) für die eventuell zwischen den Maschinen auftretenden Ausgleichsströme:

$$\underline{i}_{1v} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu} \left[\left(\frac{X_h}{X_2} \right)_{\mu} \underline{\psi}_{2\mu} - \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_v \underline{\psi}_{2v} \right]}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}}, \quad v = 1, 2, \dots, N. \quad (5.4)$$

Aus dieser Beziehung ist bereits rein formal zu entnehmen, daß zwischen zwei Maschinen v und μ , wenn man von dem geringen Einfluß unterschiedlicher Faktoren (X_h/X_2) absieht, dann ein Ausgleichsstrom auftritt, wenn ihre Läuferflußverkettungen eine Differenz aufweisen. Der gesamte Ständerstrom einer Maschine ergibt sich folglich als Summe der Ausgleichsströme mit allen übrigen Maschinen.

Wenn im Verlauf der Übergangsvorgänge nach dem Abschalten zwischen den parallelgeschalteten Motoren Ausgleichsströme zum Fließen kommen, so können in den Maschinen auch elektromagnetische Drehmomente auf die Läufer ausgeübt werden, wenn ihre Ständerströme drehmomentbildende Komponenten aufweisen. Diese Drehmomente lassen sich ebenfalls als Funktion der Läuferflußverkettungen angeben. Zunächst kann das

Drehmoment jeder Maschine durch das Kreuzprodukt ihrer Ständer- und Läuferflußverkettung ausgedrückt werden:

$$d_{M_v} = \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \operatorname{Im} \{ \psi_{1\nu} \psi_{2\nu}^* \} , \quad \nu = 1, 2, \dots, N . \quad (5.5)$$

Indem man die Ständerflußverkettungen entsprechend Gleichung (5.3) durch die Läuferflußverkettungen ersetzt, erhält man:

$$d_{M_v} = \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\nu} \operatorname{Im} \{ \psi_{1\mu} \psi_{2\nu}^* \}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} , \quad \nu = 1, 2, \dots, N . \quad (5.6)$$

In gleicher Weise wie der Ständerstrom kann auch das Drehmoment jeder Maschine in verschiedene Anteile zerlegt werden, die von den Ausgleichsströmen zwischen ihr und den übrigen Maschinen herrühren. Der Ausgleichsstrom zwischen zwei Maschinen führt bei diesen zur Bildung von Drehmomenten, wenn zwischen ihren Läuferflußverkettungen eine Winkeldifferenz vorhanden ist.

Die Drehmomentanteile beider Maschinen, die im Betrag gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet sind, kommen nach (5.6) durch das Kreuzprodukt der Läuferflußverkettungen beider Maschinen zum Ausdruck. Dabei entwickelt diejenige Maschine einen generatorischen, d.h. negativen Drehmomentanteil, deren Flußverkettung voreilt.

Aus (5.6) folgt, daß in jedem Zeitpunkt:

$$\sum_{\nu=1}^N d_{M_{\nu}} = 0$$

ist.

Der Raumzeiger der gemeinsamen Ständerspannung läßt sich mit (3.85) und (5.3) ebenfalls als Funktion der Läuferflußverkettungen und der Drehzahlen ausdrücken:

$$\underline{u}_1 = \frac{1}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} \left\{ \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{R_2 X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \frac{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \psi_{2\mu}}{\sum_{\mu=1}^N \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_{\mu}} - \sum_{\mu=1}^N \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_{\mu} \left[\left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_{\mu} - j n_{\mu} \right] \psi_{2\mu} \right\}, \quad (5.7)$$

wobei $\underline{u}_1$ ebenso wie die $\psi_{2\mu}$ auf das α, β - System bezogen ist.

Anhand der hier zusammengestellten Gleichungen wird das Verhalten paralleler Motoren nach dem Abschalten nachfolgend im einzelnen untersucht. Als erstes wird der Grenzfall $N = 1$ behandelt.

5.2 Übergangsverhalten einer einzelnen Maschine bei Spannungsunterbrechung

Die Übergangsvorgänge nach dem Abschalten einer einzelnen Maschine wurden z.B. in /1/ und /17/ bereits unter der Voraussetzung behandelt, daß die Drehzahl während des Abklingens der Felder als konstant angesehen werden kann.

Um eine Grundlage für einen Vergleich mit dem Verhalten einer Gruppe von Motoren zu schaffen, werden die Übergangsfunktionen für die Spannungsunterbrechung, die bei einer einzelnen Maschine auch bei zeitlich veränderlicher Drehzahl noch explizit angegeben werden können, hier nochmals zusammengestellt.

Zuvor wird jedoch noch der am Beginn der Spannungsunterbrechung stattfindende Abschaltvorgang betrachtet.

5.2.1 Abschaltvorgang

In Bild 5.1 sind die zeitlichen Verläufe der Beträge der Ständer- und der Läuferflußverkettung, des Ständer- und des Läuferstromes, der Ständerspannung sowie die Verläufe der Drehzahl und des Drehmomentes während des Abschaltvorganges an einem 7,3 MW - Motor dargestellt, der aus dem Nennbetriebszustand abgeschaltet wurde.

Bild 5.2 gibt die Verläufe der Raumzeiger im synchron rotierenden α, β - System wieder.

Der Abschaltvorgang dauert genau eine viertel Netzperiode. Während dieser Zeit durchlaufen die Raumzeiger der Ständerspannung, der Ständerflußverkettung sowie des Ständer- und des Läuferstromes annähernd halbkreisförmige Kurven. Die Ursache dafür ist die Tatsache, daß der Betrag des Ständerstromraumzeigers, der während des Abschaltvorganges fest in der q-Achse des ständerwicklungsfesten Koordinatensystems liegt, einen sinusförmigen Zeitverlauf nimmt (Bild 5.1), so daß sich für den Raumzeiger des Stromes im α, β - System eine halbkreisförmige Bahnkurve ergibt. Über den Anteil des Ständerstreufusses wirkt sich dieser Verlauf auch auf den Raumzeiger der Ständerflußverkettung aus.

Die Ständerspannung weist in den Zeitpunkten t_0 und t_1 "Sprünge" auf. Diese rühren von den sprunghaften Änderungen der Spannungsabfälle, die die Ständerstromkomponenten in den Augenblicken ihres Nullwerdens an den Streuinduktivitäten hervorrufen, her.

Für die Untersuchung der Vorgänge während der darauffolgenden Unterbrechungszeit ist vor allem der Verlauf des Raumzeigers der Läuferflußverkettung von Interesse. Dieser ändert sich während des kurzen Abschaltvorganges wegen der großen Zeitkonstante des Läuferkreises nur unwesentlich, so daß als Anfangswert für die Berechnung der Spannungsunterbrechung näherungsweise der Wert der Läuferflußverkettung unmittelbar vor dem Abschalten benutzt werden kann. Der Abschaltvorgang selbst muß dann gar nicht betrachtet werden.

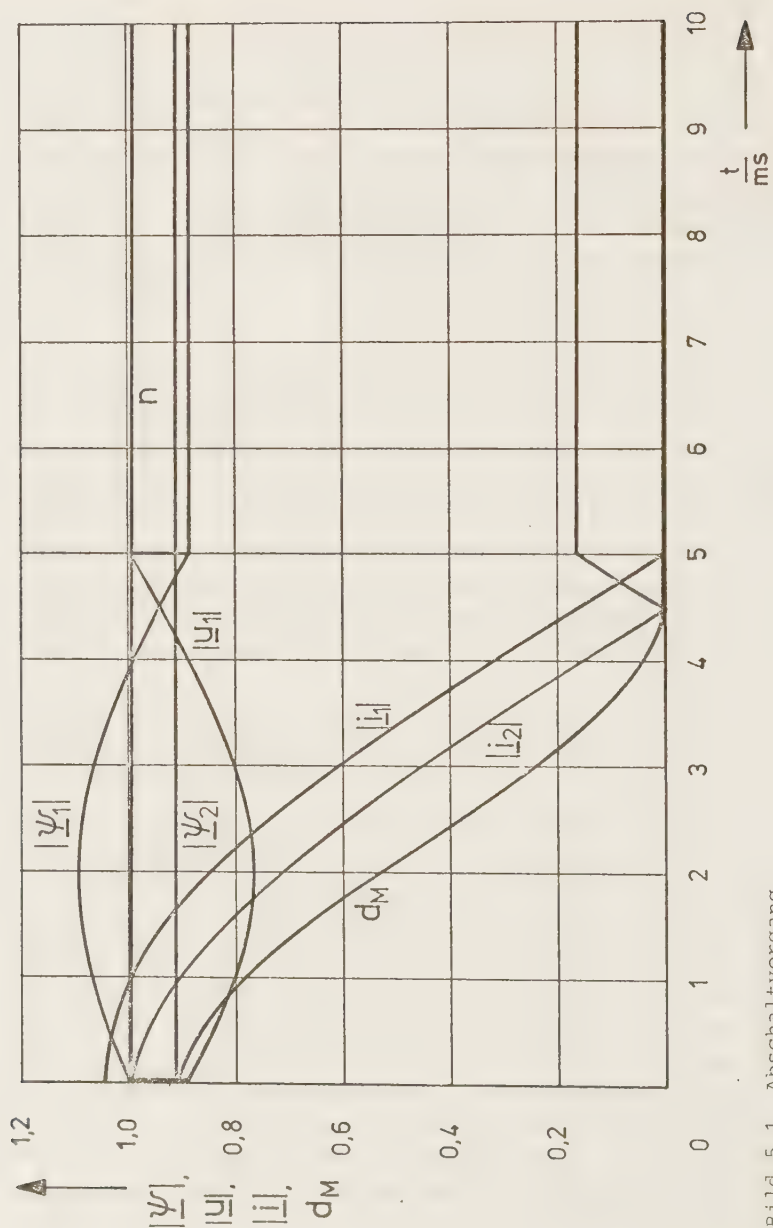


Bild 5.1 Abschaltvorgang

Es sei an dieser Stelle noch angemerkt, daß die elektromagnetischen Vorgänge während des Abschaltvorganges auch näherungsweise durch explizite Übergangsfunktionen ausgedrückt werden können, da die Drehzahländerung und der Einfluß des Ständerwiderstandes vor allem bei großen Maschinen vernachlässigt werden können, so daß die Differentialgleichungen geschlossen lösbar sind. In Anbetracht des großen Umfanges der Lösungsfunktionen muß hier darauf verzichtet werden, diese anzugeben.

5.2.2 Spannungsunterbrechung

Die Differentialgleichungen, die die Übergangsvorgänge nach dem Abschalten einer einzelnen Maschine beschreiben, sind den Gleichungen (5.1) und (5.2) für $N = 1$ zu entnehmen. Sie lauten:

$$\frac{d\psi_2}{dt} = - \frac{R_2}{X_2} \psi_2 - j (1-n) \psi_2 , \quad (5.8)$$

$$\frac{dn}{dt} = - \frac{1}{T_A} d_{ML} . \quad (5.9)$$

Die Differentialgleichung der Läuferflußverkettung ist geschlossen analytisch lösbar, sofern die Funktion $n(t)$ angegeben werden kann und integrierbar ist.

Der zeitliche Verlauf der Drehzahl hängt nach (5.9) nur von dem Gegenmoment der Arbeitsmaschine ab. Ist dieses Lastmoment als $d_{ML} = d_{ML}(t)$ bekannt, so folgt $n(t)$ aus:

$$n(t) = n(0) - \frac{1}{T_A} \int_0^t d_{ML}(\tau) d\tau , \quad (5.10)$$

worin der Beginn der Spannungsunterbrechung mit $t = 0$ bezeichnet ist. Diese Festlegung wird auch bei der weiteren Untersuchung des transienten Verhaltens während der Spannungsunterbrechung beibehalten.

In den weitaus meisten Fällen kann das Lastmoment jedoch nur als eine Funktion der Drehzahl selbst angegeben werden: $d_{ML} = d_{ML}(n)$. Durch eine Trennung der Veränderlichen in (5.9) erhält man $n(t)$ nun aus:

$$t = -T_A \int_{n(0)}^{n(t)} \frac{dn}{d_{ML}(n)}, \quad (5.11)$$

sofern das Integral zu berechnen ist und die Stammfunktion sich nach $n(t)$ explizit auflösen läßt.

Für die weiteren Betrachtungen wird $n(t)$ als bekannt und integrierbar vorausgesetzt.

Durch einen geeigneten Ansatz erhält man als Lösung für (5.8):

$$\psi_2(t) = |\psi_2(0)| e^{-\frac{R_2}{X_2} t} e^{-j\varphi_2(t)}, \quad (5.12)$$

worin:

$$\varphi_2(t) = \int_0^t [1-n(\tau)] d\tau + \varphi_2(0) \quad (5.13)$$

ist. Als Anfangswert $\psi_2(0)$ der Läuferflußverkettung kann, wie im vorangegangenen Abschnitt bereits gezeigt wurde, derjenige Wert mit guter Näherung eingesetzt werden, den diese Größe zu Beginn des Abschaltvorganges aufweist. Der Verlauf der Läuferflußverkettung während der Spannungsunterbrechung ist daher zu ermitteln, ohne den Abschaltvorgang im einzelnen zu berechnen.

Der Raumzeiger der Läuferflußverkettung durchläuft während der Unterbrechungszeit im α, β - System eine spiralenförmige Kurve. Sein Betrag nimmt dabei unabhängig von der Drehzahl mit der Läuferzeitkonstante $T_2 = X_2/R_2$ exponentiell ab. Er bewegt sich dabei mit Schlupfgeschwindigkeit, d.h. er steht gegenüber dem Läufer still.

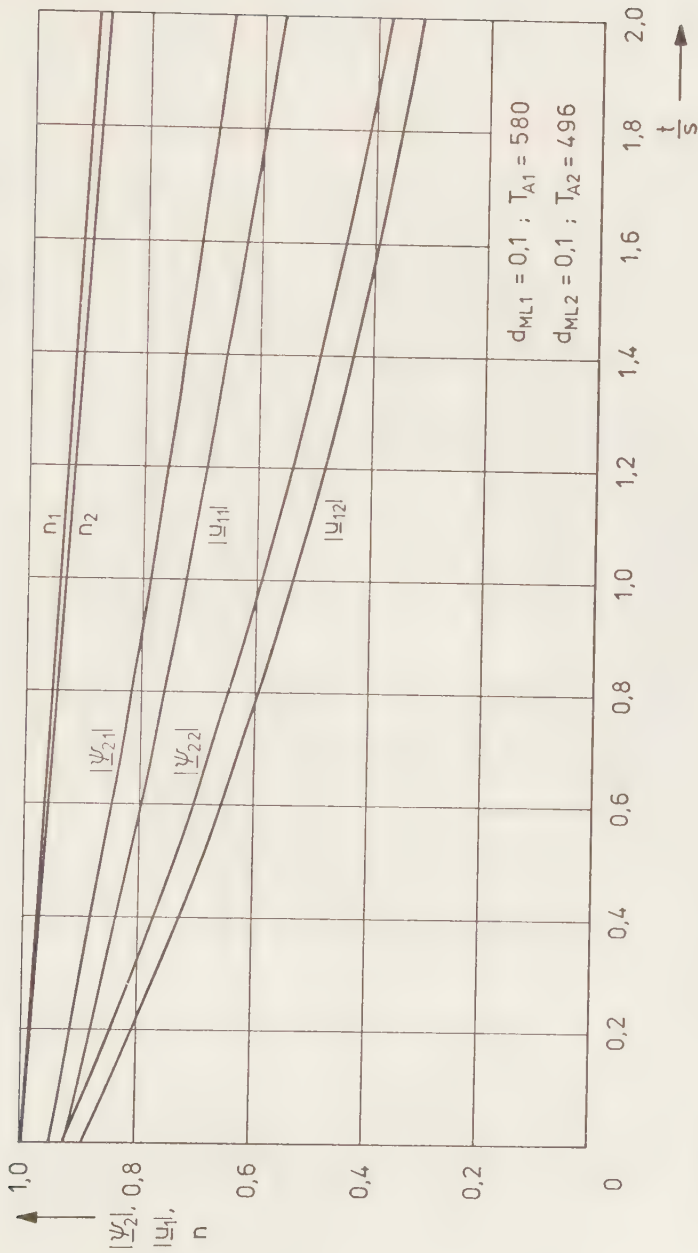


Bild 5.3 Spannungsunterbrechung an einem 7,3 MW-Motor (Index 1)
 bzw. an einem 2,5 MW-Motor (Index 2)

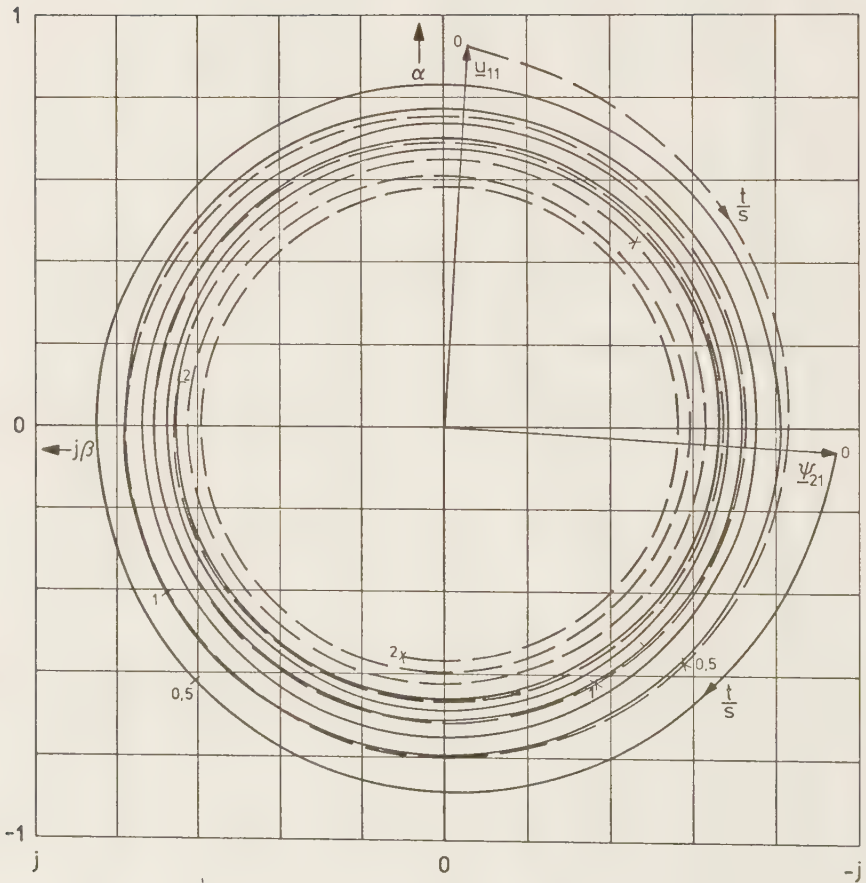


Bild 5.4 a Zeitverläufe der Raumzeiger $\underline{\psi}_2$ und $\underline{u}_1$ im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an einem 7,3 MW-Motor

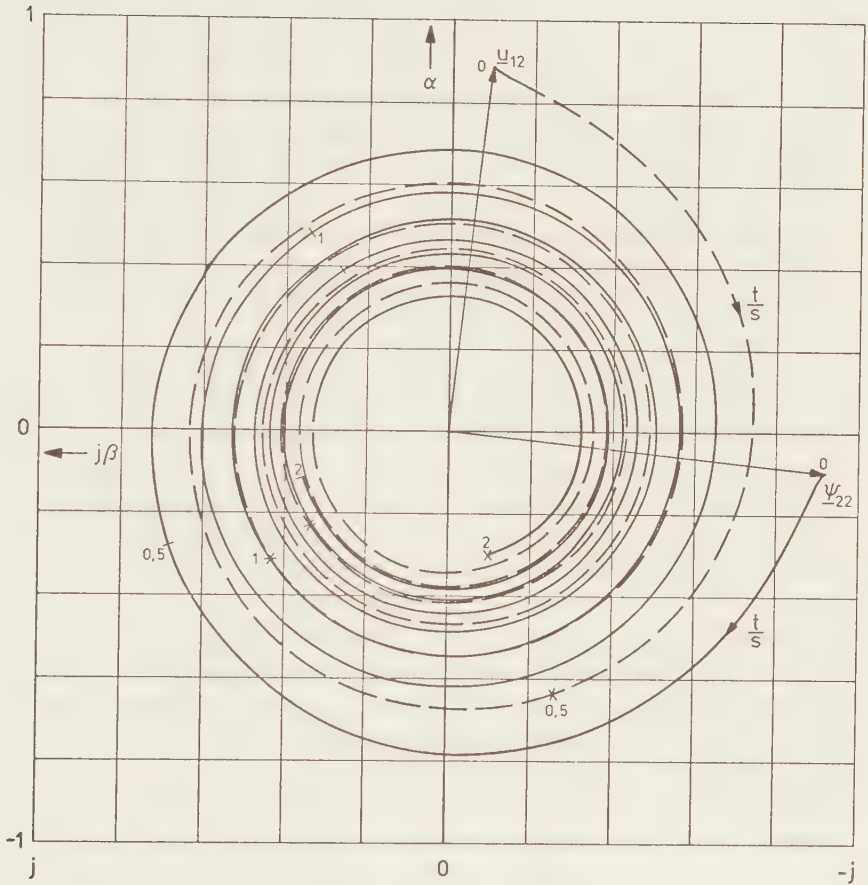


Bild 5.4 b Zeitverläufe der Raumzeiger $\underline{\psi}_2$ und $\underline{u}_1$ im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an einem 2,5 MW-Motor

$$|\underline{u}_1(t)| = |\underline{\psi}_2(0)| \frac{x_h}{x_2} \sqrt{\left(\frac{R_2}{x_2}\right)^2 + n^2(t)} e^{-\frac{R_2}{x_2} t} \quad (5.17)$$

Er nimmt, da im allgemeinen $dn/dt < 0$ ist, stärker als exponentiell ab.

Die Zeitverläufe von $|\underline{\psi}_2(t)|$, $|\underline{u}_1(t)|$ und $n(t)$ während eines Zeitabschnittes von zwei Sekunden nach dem Abschalten sind in Bild 5.3 für zwei Hochspannungsmotoren mit 7,3 MW bzw. 2,5 MW Nennleistung wiedergegeben.

Bild 5.4 enthält die zugehörigen Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System.

Die Drehzahlverläufe resultieren aus der vereinfachenden Annahme, daß die Lastmomente in beiden Fällen im betreffenden Drehzahlbereich konstant sind.

5.3 Übergangsverhalten von Motorengruppen mit zwei parallelen Maschinen

Die Übergangsvorgänge, die sich bei einer Gruppe von mehreren parallelen Asynchronmotoren nach der Trennung vom Netz abspielen, können sich von denen der einzeln abgeschalteten Motoren vor allem dadurch unterscheiden, daß zwischen den Maschinen Ausgleichsvorgänge auftreten können.

Um die Ursachen für solche Ausgleichsvorgänge und ihren Einfluß auf das gesamte Übergangsverhalten zu untersuchen, ist der einfachste Fall einer Motorengruppe, die aus nur zwei parallelgeschalteten Motoren besteht, besonders gut geeignet; denn diese Konfiguration läßt bereits die wesentlichen Eigenschaften umfangreicherer Gruppen erkennen.

Im folgenden wird das Verhalten von zwei parallelen Maschinen zuerst in den theoretischen Grenzfällen betrachtet, die sich dadurch auszeichnen, daß die Drehzahlen während der Dauer der Spannungsunterbrechung als konstant angesehen werden können, weil die Motoren zusammen

mit ihren Arbeitsmaschinen über genügend große polare Trägheitsmomente verfügen.

In der Praxis können derartige Bedingungen, die diesen Grenzfällen zumindest nahekommen, für kurzzeitige Spannungsunterbrechungen z.B. bei Ventilatorantrieben oder bei Antrieben für Kesselspeisepumpen, wenn diese mit zusätzlichen Schwungmassen ausgerüstet sind (/47/), gegeben sein.

Da das Differentialgleichungssystem (5.1) und (5.2) für nur zwei parallele Motoren unter der Voraussetzung konstanter Drehzahlen noch geschlossen lösbar ist, kann das Verhalten der Maschinen durch explizite Übergangsfunktionen ausgedrückt werden.

Diese gestatten einen ersten Einblick in die Abhängigkeit der Vorgänge von den Parametern der beteiligten Maschinen.

5.3.1 Übergangsverhalten bei konstanten Drehzahlen

Unter der Voraussetzung $n_1 = \text{const.}$, $n_2 = \text{const.}$ erhält man für $N = 2$ aus (5.1) das folgende Differentialgleichungssystem für die Läuferflußverkettungen:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{2v}}{dt} = & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \psi_{2v} - j(1-n_v) \psi_{2v} \\ & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \frac{\left(\frac{1}{jX_1} \right)_v}{\left(\frac{1}{jX_1} \right)_v + \left(\frac{1}{jX_1} \right)_v} \left[\psi_{2v} - \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_v \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_v \psi_{2v} \right], \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu.$$

Um die Darstellung der Gleichungen übersichtlicher zu gestalten, werden zur Abkürzung die dimensionslosen Faktoren d_{1v} und d_{2v} eingeführt:

$$d_{1v} = 1 + \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \frac{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} , \quad (5.19)$$

$$d_{2v} = \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \frac{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_v + \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_v \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_\mu , \quad (5.20)$$

$$v, \mu = 1, 2; v \neq \mu .$$

Man erhält damit:

$$\frac{d\psi_{2v}}{dt} = - d_{1v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \psi_{2v} - j(1-n_v) \psi_{2v} + d_{2v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \psi_{2\mu} , \quad (5.21)$$

$$v, \mu = 1, 2; v \neq \mu .$$

Die Auflösung nach den beiden Läuferflußverkettungen liefert lineare, homogene Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \psi_{2v}}{dt^2} + \left[d_{1v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v + d_{1\mu} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu + j(2-n_v-n_\mu) \right] \frac{d\psi_{2v}}{dt} \\ + \left\{ \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu (d_{1v}d_{1\mu} - d_{2v}d_{2\mu}) - (1-n_v)(1-n_\mu) \right. \\ \left. + j \left[d_{1v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v (1-n_\mu) + d_{1\mu} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu (1-n_v) \right] \right\} \psi_{2v} = 0 , \quad (5.22) \end{aligned}$$

$$v, \mu = 1, 2; v \neq \mu .$$

Ihre Lösungen findet man mit Hilfe eines Ansatzes von der Form:

$$\psi_{2v}(t) = \underline{A}_{1v} e^{\lambda_1 t} + \underline{A}_{2v} e^{\lambda_2 t} , \quad v = 1, 2. \quad (5.23)$$

Die komplexen Eigenwerte $\underline{\lambda}_1$ und $\underline{\lambda}_2$ erhält man, wenn man den Ansatz durchführt, als Wurzeln der charakteristischen Gleichung des Systems. Sie sind demgemäß für beide Maschinen gleich und lauten nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned} \underline{\lambda}_{1,2} = & -\frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] - j \left[1 - \frac{1}{2} (n_1 + n_2) \right] \\ & \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 - d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 - j (n_1 - n_2) \right]^2 + d_{21} d_{22} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Wenn man den komplexen Radikanden des Wurzelausdruckes durch:

$$\begin{aligned} \epsilon + j \epsilon = & \frac{1}{4} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 - d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 - j (n_1 - n_2) \right]^2 + d_{21} d_{22} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \end{aligned} \quad (5.25)$$

darstellt, so daß:

$$\epsilon = \frac{1}{4} \left\{ \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 - d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2 - (n_1 - n_2)^2 \right\} + d_{21} d_{22} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \quad (5.26)$$

und

$$\epsilon = -\frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 - d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] (n_1 - n_2) \quad (5.27)$$

ist, so lassen sich die Eigenwerte auf folgende Weise in Real- und Imaginärteil zerlegen:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} = & -\frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \\ & \pm \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\delta^2 + \varepsilon^2} + |\delta| \right]} \\ & - j \left\{ \left[1 - \frac{1}{2} (n_1 + n_2) \right] \mp \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{\delta^2 + \varepsilon^2} - |\delta| \right]} \right\}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Die komplexen Konstanten $\underline{A}_{1v}$ und $\underline{A}_{2v}$ des Lösungsansatzes sind aus den Anfangswerten zu bestimmen:

$$\underline{A}_{1v} = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\frac{d\psi_{2v}(0)}{dt} - \lambda_2 \psi_{2v}(0) \right), \quad (5.29)$$

$$\underline{A}_{2v} = \frac{-1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left(\frac{d\psi_{2v}(0)}{dt} - \lambda_1 \psi_{2v}(0) \right), \quad (5.30)$$

$$v, \mu = 1, 2; v \neq \mu,$$

wobei der Beginn der Spannungsunterbrechung wieder durch $t = 0$ gekennzeichnet ist.

Die Ableitungen der Läuferflußverkettungen für $t = 0$ werden noch mit Hilfe von (5.21) durch die $\psi_{2v}(0)$ selbst ausgedrückt, so daß schließlich die Übergangsfunktionen der Läuferflußverkettungen lauten:

$$\begin{aligned} \psi_{2v}(t) = & \frac{1}{2} \psi_{2v}(0) \left[e^{\lambda_1 t} + e^{\lambda_2 t} \right] \\ & + \frac{1}{2} \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} \left\{ \left[- \left[d_{1v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v - d_{1\mu} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu \right] + j (n_v - n_\mu) \right] \psi_{2v}(0) \right. \\ & \left. + 2 d_{2v} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \psi_{2\mu}(0) \right\} \left[e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t} \right], \end{aligned} \quad v, \mu = 1, 2; v \neq \mu. \quad (5.31)$$

Da sich die Läuferflußverkettungen während des Abschaltvorganges kaum ändern, können ihre Werte unmittelbar vor dem Abschalten als Anfangswerte einer näherungsweisen Berechnung der Übergangsvorgänge eingesetzt werden. Die zeitlichen Verläufe der Läuferflußverkettungen können nach (5.31) durch zwei komplexe Exponentialfunktionen beschrieben werden, deren Exponenten sich aus den Eigenwerten des Zweimaschinensystems während der Spannungsunterbrechung ergeben. Die Beträge der beiden Anteile klingen im allgemeinen mit unterschiedlichen Zeitkonstanten ab. Außerdem rotieren beide mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten, wobei der schneller abklingende Anteil die niedrigere absolute Winkelgeschwindigkeit aufweist.

Aus (5.31) wird ferner deutlich, daß sich die Unterschiede der Zeitfunktionen von $\psi_{21}(t)$ und $\psi_{22}(t)$ auf mindestens eine der folgenden Ursachen zurückführen lassen: auf eine Differenz der Anfangswerte, auf eine Differenz der Drehzahlen oder auf unterschiedliche elektrische Parameter beider Maschinen. Wenn in keiner der genannten Ursachen eine Abweichung zwischen den Maschinen vorliegt, so resultieren für beide auch exakt gleiche Übergangsfunktionen:

$$\psi_{21}(t) = \psi_{22}(t) = \psi_2(t) = \psi_2(0) e^{\lambda_1 t},$$

wobei:

$$\lambda_1 = -\frac{R_2}{X_2} - j(1-n)$$

ist. In diesem Fall verhalten sich beide wie einzeln abgeschaltete Maschinen. Ist jedoch in einem der erwähnten Punkte ein Unterschied vorhanden, so treten zwischen den Maschinen Ausgleichsvorgänge auf.

Während die Beträge der Läuferflußverkettungen bei zwei einzeln abgeschalteten Maschinen jeweils nach einer Exponentialfunktion mit der Läuferzeitkonstante abklingen,

wird das Abklingverhalten bei zwei parallelen Maschinen durch zwei Zeitkonstanten bestimmt. Die Größenverhältnisse dieser beiden Zeitkonstanten untereinander und im Vergleich mit den Läuferzeitkonstanten werden nun noch näher untersucht.

Für die Zeitkonstanten der beiden exponentiellen Anteile, die mit $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ bezeichnet werden, gilt:

$$T_{2\lambda 1} = - \frac{1}{\operatorname{Re} \{ \underline{\lambda}_1 \}} \quad , \quad (5.32)$$

$$T_{2\lambda 2} = - \frac{1}{\operatorname{Re} \{ \underline{\lambda}_2 \}} \quad . \quad (5.33)$$

Nach einigen Umformungen erhält man aus (5.28) unter der Voraussetzung, daß für die Differenz der Drehzahlen:

$$(n_1 - n_2)^2 \ll \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2 - 4 (d_{11} + d_{12} - 1) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \quad (5.34)$$

gilt, für die Realteile der Eigenwerte $\underline{\lambda}_{1,2}$:

$$\operatorname{Re} \{ \underline{\lambda}_{1,2} \} = - \frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \left[1 \pm \sqrt{\frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 + \rho}]} \right] \cdot \sqrt{1 - \frac{(n_1 - n_2)^2 + 4 (d_{11} + d_{12} - 1) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2}{\left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2}} \quad (5.35)$$

mit:

$$\rho = \frac{\frac{1}{4} (n_1 - n_2)^2 \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 - d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2}{\left(\frac{1}{4} \left[\left(d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right)^2 - (n_1 - n_2)^2 \right] - (d_{11} + d_{12} - 1) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right)^2} \quad (5.36)$$

worin wieder das obere, d.h. das negative Vorzeichen des Wurzelausdruckes für λ_1 gültig ist.

Die Größe beider Zeitkonstanten im Verhältnis zu den beiden Läuferzeitkonstanten hängt nach (5.35) außer von den elektrischen Parametern beider Maschinen noch von dem Betrag der Drehzahldifferenz ab. Um den Einfluß der Drehzahldifferenz zu untersuchen, wird nun zuerst der leichter überschaubare Sonderfall zweier elektrisch gleicher Maschinen betrachtet. In diesem Fall folgt aus (5.35):

$$\operatorname{Re} s_{1,2} = -\frac{1}{2} \frac{R_2}{X_2} \left[\frac{1+\sigma}{\sigma} \right] \left\{ 1 \pm \sqrt{1 - \frac{(n_1 - n_2)^2 + 4 \left[\frac{R_2}{X_2} \right]^2}{\left[\frac{R_2}{X_2} \right]^2 \left[\frac{1+\sigma}{\sigma} \right]^2}} \right\} \quad (5.37)$$

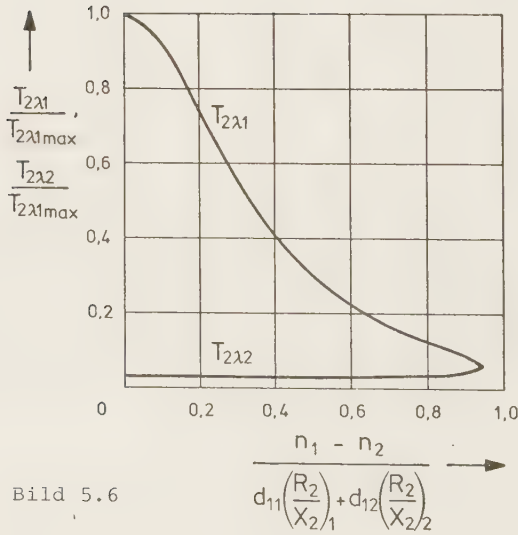
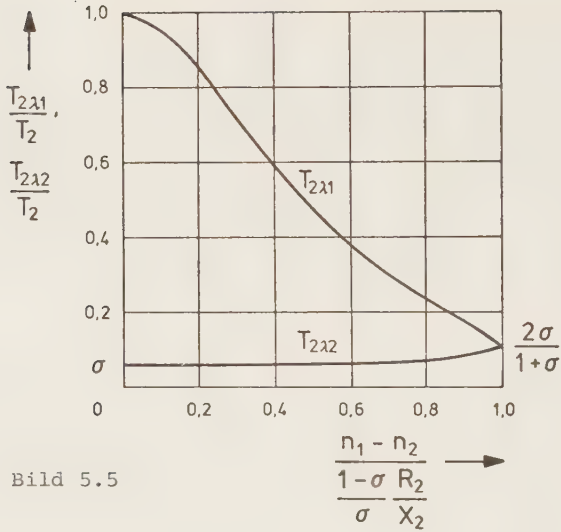
für:

$$(n_1 - n_2)^2 < \left[\frac{R_2}{X_2} \right]^2 \left[\frac{1+\sigma}{\sigma} \right]^2 - 4 \left[\frac{R_2}{X_2} \right]^2 \quad (5.38)$$

In Bild 5.5 ist die Abhängigkeit der beiden Zeitkonstanten $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ vom Betrag der Drehzahldifferenz am Beispiel zweier 7,3 MW - Maschinen dargestellt. Während sich die Zeitkonstante $T_{2\lambda 2}$ im angegebenen Bereich der Drehzahldifferenz nur wenig verändert, nimmt $T_{2\lambda 1}$ ausgehend vom Wert der Läuferzeitkonstante bei Drehzahldifferenz null umso kleinere Werte an, je größer die Drehzahldifferenz wird. Vor allem bei Drehzahldifferenzen, deren Absolutwert wesentlich kleiner ist als der Term

$$\left[\frac{1+\sigma}{\sigma} \right] \cdot \frac{R_2}{X_2} \approx \frac{R_2}{\sigma X_2} \quad ,$$

weist die Zeitkonstante $T_{2\lambda 1}$ einen erheblich größeren Wert als $T_{2\lambda 2}$ auf.



Abhängigkeit der Zeitkonstanten $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ von der Drehzahldifferenz bei zwei 7,3 MW-Maschinen (Bild 5.5) bzw. bei einer 7,3 MW- und einer 2,5 MW-Maschine (Bild 5.6)

Auch bei der Parallelschaltung zweier Maschinen mit unterschiedlichen elektrischen Parametern bleibt das Größenverhältnis zwischen $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ etwa gleich. Bild 5.6 zeigt die Abhängigkeit der beiden Zeitkonstanten vom Absolutwert der Drehzahldifferenz am Beispiel der Parallelschaltung einer 7,3 MW- und einer 2,5 MW - Maschine. Die Zeitkonstante $T_{2\lambda 1}$ nimmt bei Drehzahldifferenz null, wenn es sich um Maschinen mit unterschiedlichen Parametern handelt, den Wert:

$$T_{2\lambda 1\max} = \left\{ \frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \right. \\ \left. \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4(d_{11} + d_{12} - 1) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2}{\left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2}} \right] \right\}^{-1} \quad (5.39)$$

an, der einem mittleren Wert beider Läuferzeitkonstanten entspricht.

Aus den Beziehungen zwischen den Zeitkonstanten $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ und dem Betrag der Drehzahldifferenz ist bereits zu erkennen, daß letztere einen wesentlichen Einfluß auf die Übergangsvorgänge während einer Spannungsunterbrechung ausübt.

Es ist relativ schwierig, allein anhand der Funktionen $\psi_{2v}(t)$ zu beurteilen, in welcher Weise sich diese Übergangsvorgänge beispielsweise aufgrund einer vorhandenen Drehzahldifferenz von denen einer einzeln abgeschalteten Maschine unterscheiden, da auch die Anfangswerte der beiden Anteile der Läuferflußverkettungen von der Drehzahldifferenz abhängen. Deshalb wird das gesamte Übergangsverhalten anschließend noch anhand von einigen digital simulierten Unterbrechungsvorgängen erläutert.

In den Bildern 5.7 und 5.8 sind die Übergangsverläufe nach dem Abschalten von zwei 7,3 MW - Motoren dargestellt. Bild 5.7 zeigt die zeitlichen Verläufe der Beträge der Flußverkettungen, der Ströme und der Ständerspannung sowie der Drehzahlen und der elektromagnetischen Drehmomente. In Bild 5.8 sind die entsprechenden Zeitverläufe der Raumzeiger in das α, β - System eingezeichnet.

Um zu veranschaulichen, daß der Einfluß der Ständerwiderstände für die Analyse des Übergangsverhaltens tatsächlich vernachlässigbar gering ist, sind in den Bildern 5.7 a und b bzw. 5.8 a und b die unter Berücksichtigung der Ständerwiderstände den unter Vernachlässigung der Ständerwiderstände errechneten Kurven gegenübergestellt.

Vor der Abschaltung befand sich Maschine 1 im Leerlauf, während Maschine 2 mit ihrem Nennmoment belastet war.

Aufgrund der stark differierenden Belastungen ist bereits zu Beginn der Spannungsunterbrechung sowohl eine Winkel- als auch eine Betragsdifferenz der Läuferflußverkettungen vorhanden, so daß Ausgleichsströme und -drehmomente auftreten.

Für die Ständerströme erhält man für $N = 2$ aus (5.4):

$$\dot{i}_{1v} = \frac{\left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_1 \left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_2} \left[\left(\frac{X_h}{X_2}\right)_\mu \psi_{2\mu} - \left(\frac{X_h}{X_2}\right)_v \psi_{2v} \right] \quad (5.40)$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu.$$

Aus (5.6) folgt für die Drehmomente als Funktion der Läuferflußverkettungen:

$$d_{Mv} = \frac{\left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_1 \left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_2} \left(\frac{X_h}{X_2}\right)_1 \left(\frac{X_h}{X_2}\right)_2 \operatorname{Im} \{ \psi_{2\mu} \psi_{2v}^* \}, \quad (5.41)$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu.$$

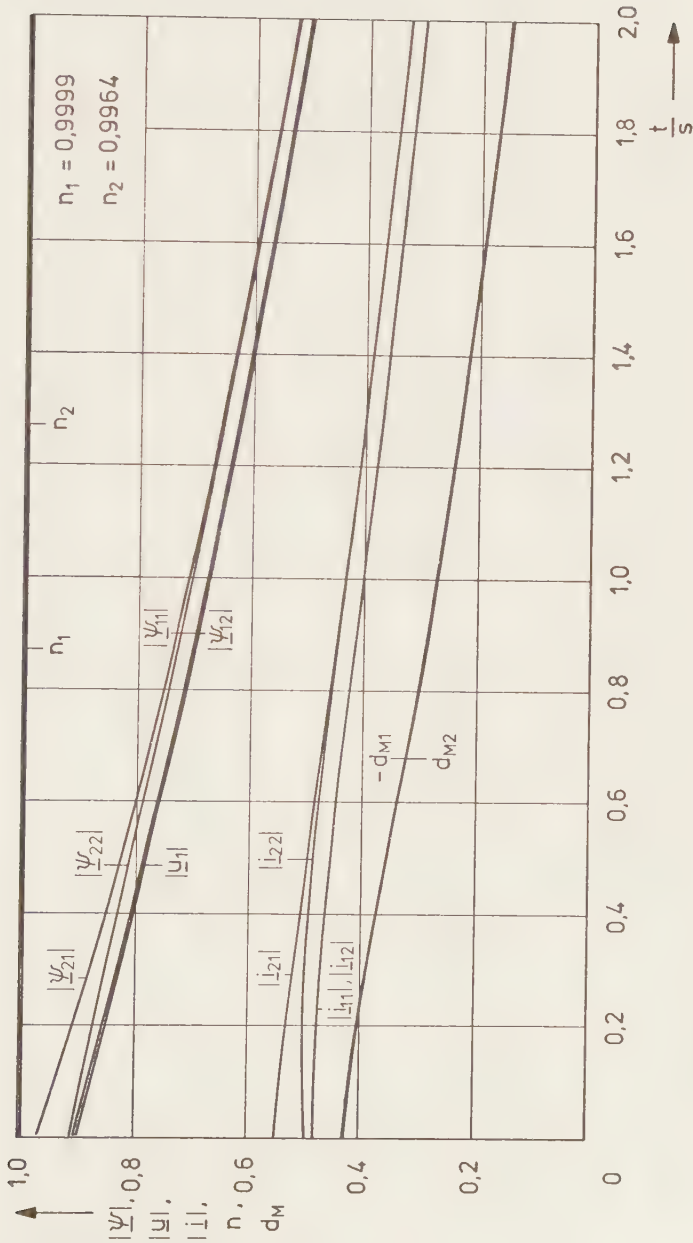


Bild 5.7 a Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen bei konstanten Drehzahlen

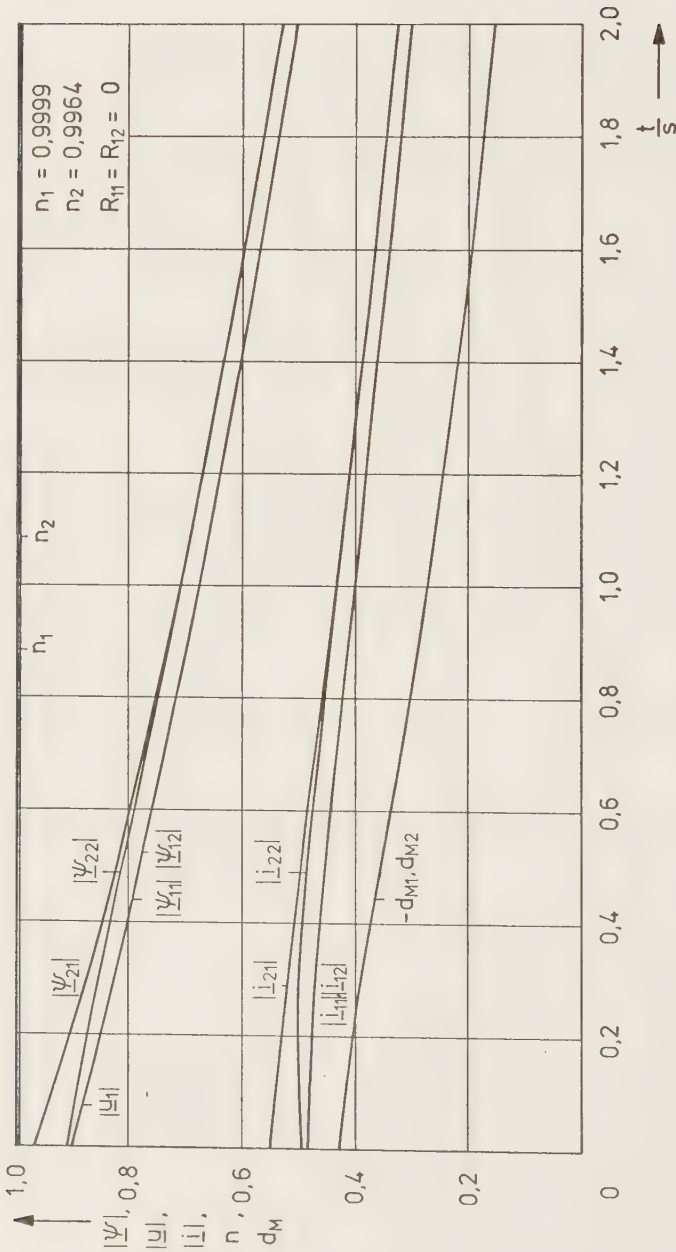


Bild 5.7 b Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen mit konstanten Drehzahlen unter Vernachlässigung der Ständerwiderstände

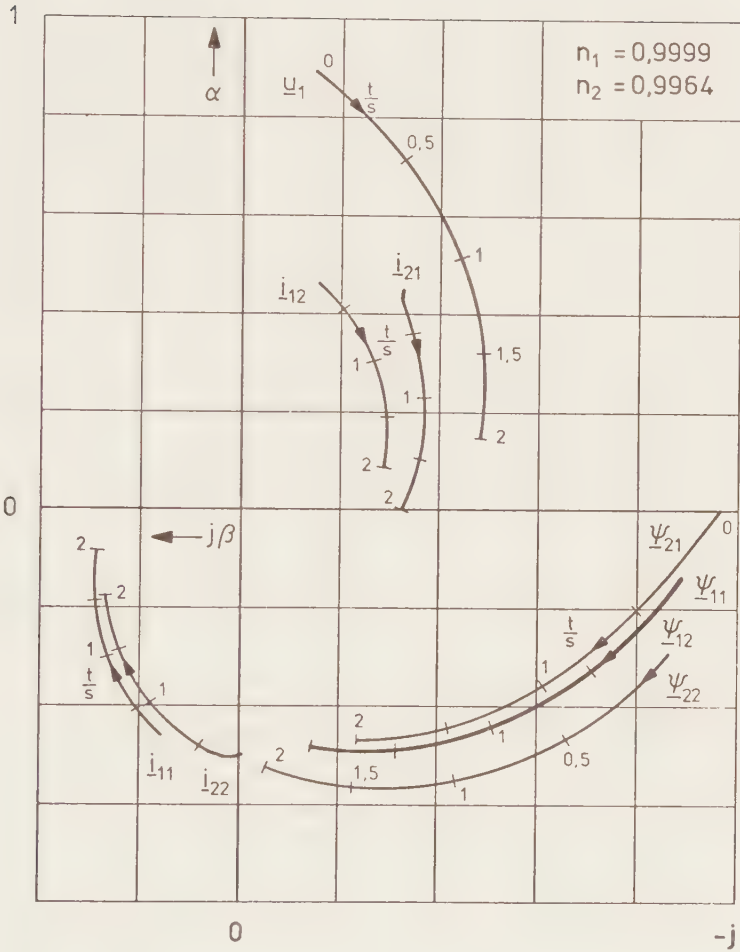


Bild 5.8 a Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen mit konstanten Drehzahlen

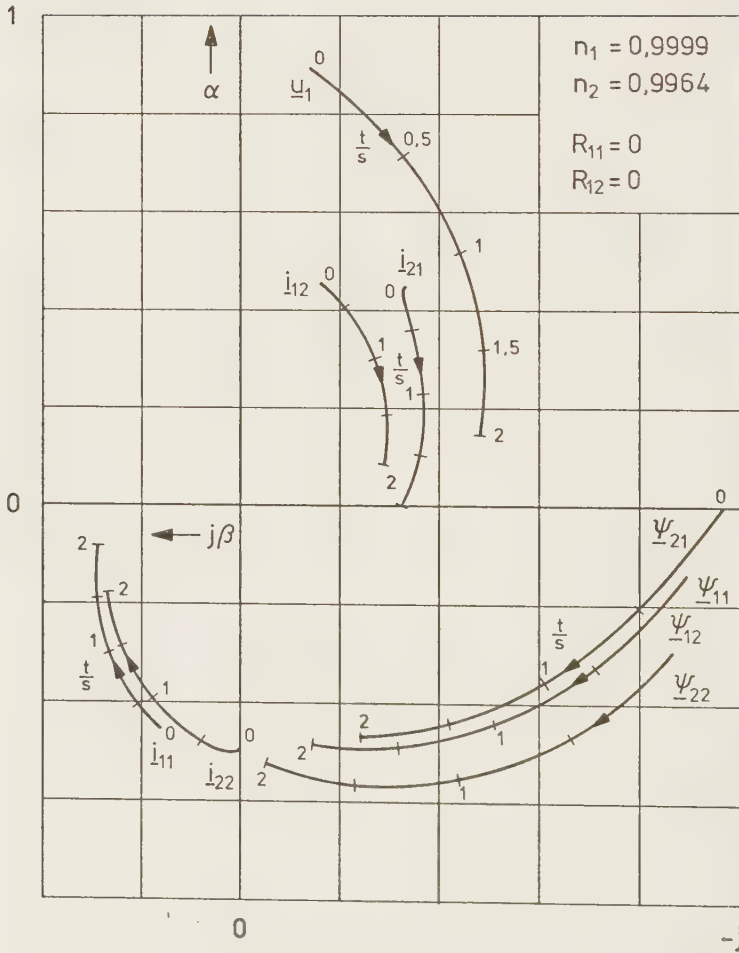


Bild 5.8 b Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen mit konstanten Drehzahlen unter Vernachlässigung der Ständerwiderstände

Die Winkeldifferenz zwischen den Läuferflußverkettungen bleibt während des gesamten Übergangsvorganges nahezu konstant. Da ψ_{21} gegenüber ψ_{22} voreilt, entwickelt Maschine 1 ein generatorisches, d.h. bremsendes Drehmoment. Bei einem Vergleich der Bilder 5.7 a und b wird deutlich, daß die Beträge der Drehmomente bei Berücksichtigung der Ständerwiderstände nicht exakt gleich sind, sondern daß das Drehmoment der generatorisch arbeitenden Maschine im Betrag geringfügig größer ist.

Da die Drehzahlen beider Maschinen als konstant angenommen wurden, bleibt die Drehmomentbildung ohne Auswirkung auf die Übergangsvorgänge.

Aus Bild 5.7 a bzw. b ist zu ersehen, daß die anfangs unterschiedlichen Beträge der Läuferflußverkettungen relativ rasch angeglichen werden. Sie nehmen jedoch auch danach noch schneller ab, als wenn beide Maschinen getrennt abgeschaltet worden wären, wie ein Vergleich mit Bild 5.3 zeigt. Bei der im betrachteten Beispiel vorhandenen Drehzahldifferenz ergeben sich die Zeitkonstanten der beiden exponentiellen Anteile der Läuferflußverkettungen zu:

$$T_{2,1} = 0,64 T_2 \hat{=} 3,4 \text{ s} ,$$

$$T_{2,2} = 0,06 T_2 \hat{=} 0,3 \text{ s} .$$

Nachdem der von $T_{2,2}$ abhängende Anteil wesentlich schneller als der von $T_{2,1}$ bestimmte Anteil abgeklungen ist, nehmen die Beträge der Läuferflußverkettungen schließlich nach einer einzigen Exponentialfunktion mit der Zeitkonstante $T_{2,1}$ ab.

Für eine überschlägige Abschätzung des Abklingens der Flußverkettungsbeträge kann daher bei dieser Spannungsunterbrechung mit der Zeitkonstante $T_{2,1}$ gerechnet werden.

Aus den Bildern 5.8 a bzw. b ist zu entnehmen, daß die Ständerströme am Anfang der Unterbrechungszeit, solange die Beträge der Läuferflußverkettungen voneinander abweichen, noch merkliche Blindkomponenten aufweisen, wobei der Ständerstrom bei Maschine 1 voreilend, bei Maschine 2 entsprechend nacheilend gegenüber der gemeinsamen Ständerspannung verschoben ist.

Außerdem gibt Maschine 1 während des gesamten Zeitraumes Wirkleistung an Maschine 2 ab.

Um die Ursachen für dieses Verhalten zu verdeutlichen, werden die Beziehungen betrachtet, die die Ständerspannung, die Ständerströme und die Läuferflußverkettungen miteinander verbinden. Im vorliegenden Fall gleicher Maschinen gilt nach (5.7) für die Ständerspannung:

$$\underline{u}_1 = \frac{1}{2} \frac{x_h}{x_2} \left(\left[-\frac{R_2}{x_2} + jn_1 \right] \underline{\psi}_{21} + \left[-\frac{R_2}{x_2} + jn_2 \right] \underline{\psi}_{22} \right). \quad (5.42)$$

Da die von den Ständerströmen an den Ständerwiderständen und an den Ständerstreureaktanzen hervorgerufenen Spannungsabfälle bei gleichen Maschinen entgegengesetzt gleich sind und sich somit nach außen aufheben, ist die gemeinsame Ständerspannung direkt durch den arithmetischen Mittelwert der induzierten Spannungen gegeben.

Im allgemeinen ist bei großen Maschinen:

$$\frac{R_2}{x_2} \ll n,$$

so daß mit guter Näherung:

$$\underline{u}_1 \approx \frac{1}{2} \frac{x_h}{x_2} \left[jn_1 \underline{\psi}_{21} + jn_2 \underline{\psi}_{22} \right] \quad (5.43)$$

gesetzt werden kann. Da außerdem der geringe Unterschied der Drehzahlen für diese Betrachtungen vernachlässigbar klein ist, eilt die Ständerspannung um annähernd 90° gegenüber dem Mittelwert der Läuferflußverkettungen vor.

Die Ständerströme dagegen liegen nach (5.40) in Richtung der Differenz der Läuferflußverkettungen.

Ein Blindanteil der Ständerströme tritt also dann auf, wenn eine Differenz der Flußverkettungsbeträge vorhanden ist. Dabei nimmt diejenige Maschine, deren Läuferflußverkettung den kleineren Betrag aufweist, einen induktiven Blindstrom auf.

Im Unterschied dazu rührt eine Wirkkomponente der Ständerströme von einer Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen her. Ist eine solche vorhanden, so gibt diejenige Maschine, deren Läuferflußverkettung voreilt, Wirkleistung an die andere Maschine ab. Dementsprechend übt die generatorisch arbeitende Maschine nach (5.41) auch ein generatorisches d.h. bremsendes Drehmoment auf den Läufer aus.

In den Bildern 5.9 und 5.10 sind als weiteres Beispiel für das Übergangsverhalten zweier gleicher Maschinen bei Spannungsunterbrechungen die Übergangsfunktionen für zwei 2,5 MW - Motoren wiedergegeben.

Um zu veranschaulichen, in welcher Weise sich die Übergangsvorgänge quantitativ verändern, wenn zwei Maschinen mit verschiedenen elektrischen Daten parallelgeschaltet sind, zeigen die darauffolgenden Bilder 5.11, 5.12, 5.13 und 5.14 in zwei Fällen die Übergangsfunktionen, die das gemeinsame Abschalten einer 7,3 MW- und einer 2,5 MW - Maschine kennzeichnen. In allen Beispielen resultieren die Drehzahlen daraus, daß sich jeweils die eine Maschine vor dem Abschalten im Leerlauf befand, während die andere mit ihrem Nennmoment belastet war.

In den Bildern 5.11 und 5.13 ist zu beobachten, daß der Betrag der Läuferflußverkettung der 2,5 MW-Maschine durch das Vorhandensein der größeren 7,3 MW-Maschine wesentlich langsamer absinkt, als wenn diese allein abgeschaltet worden wäre. Im Unterschied zu dem zuvor betrachteten Verhalten elektrisch gleicher Maschinen nehmen die Be-

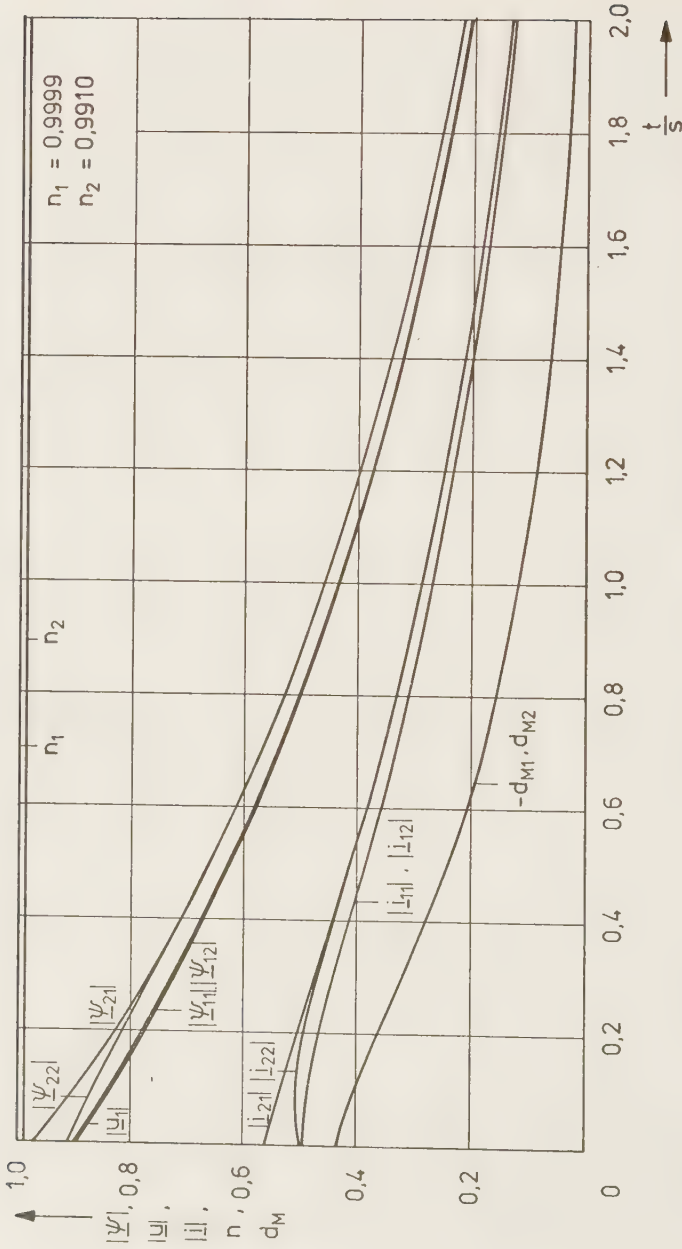


Bild 5.9 Spannungsunterbrechung an zwei 2,5 MW-Maschinen bei konstanten Drehzahlen

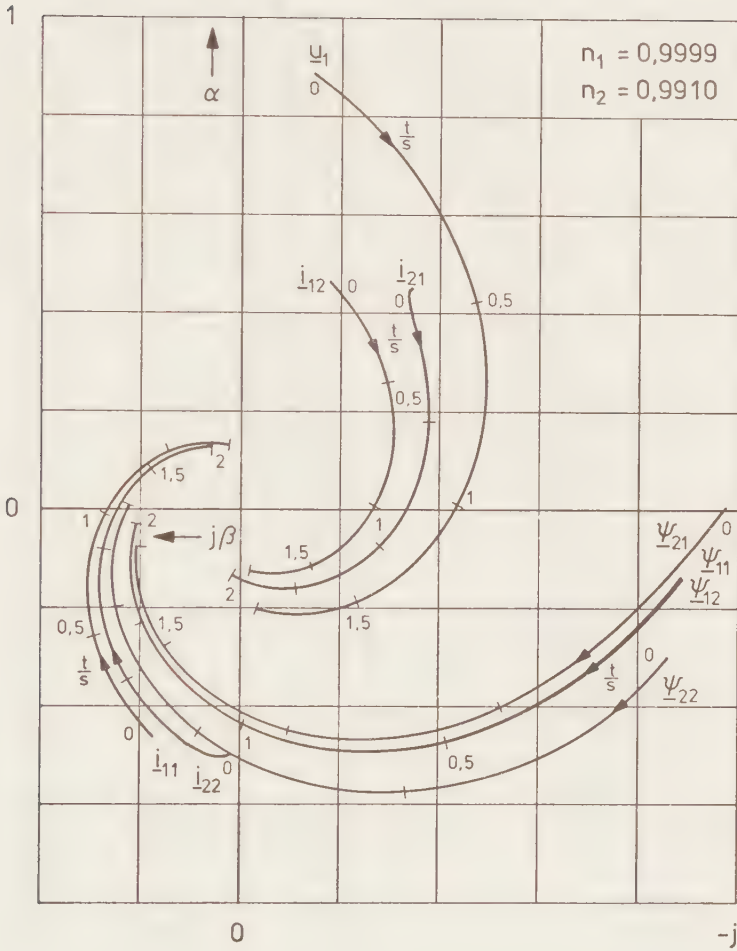


Bild 5.10 Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 2,5 MW-Maschinen mit konstanten Drehzahlen

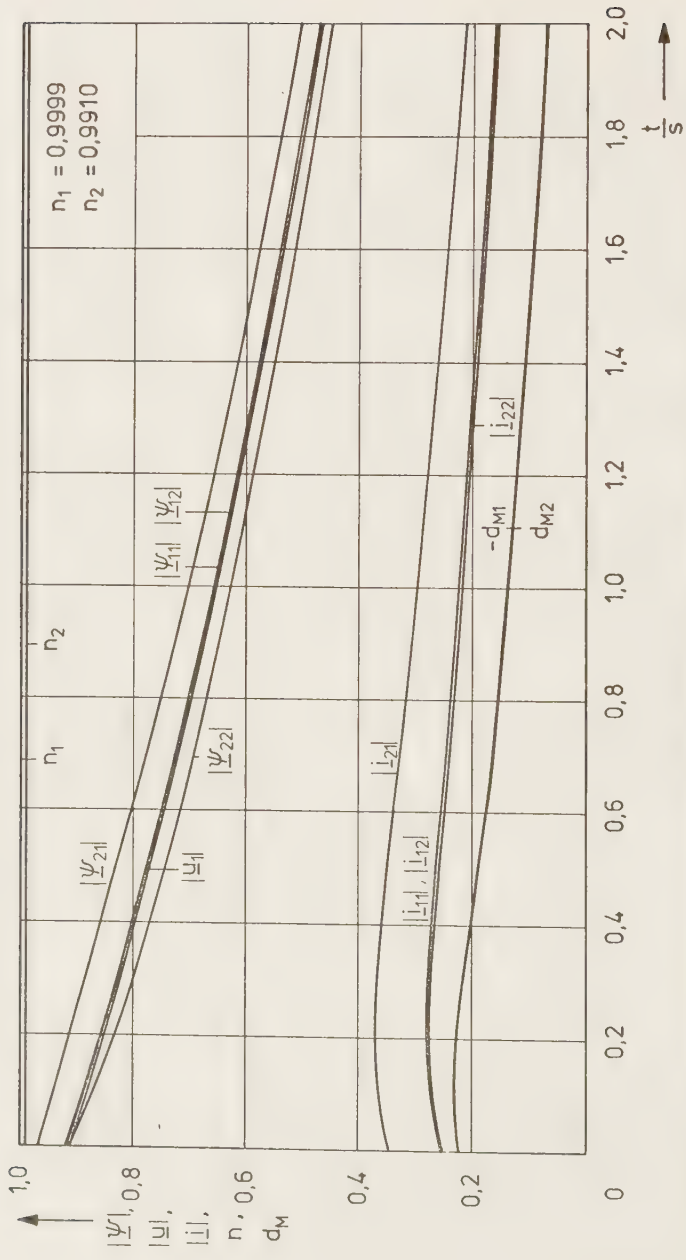


Bild 5.11 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2) bei konstanten Drehzahlen

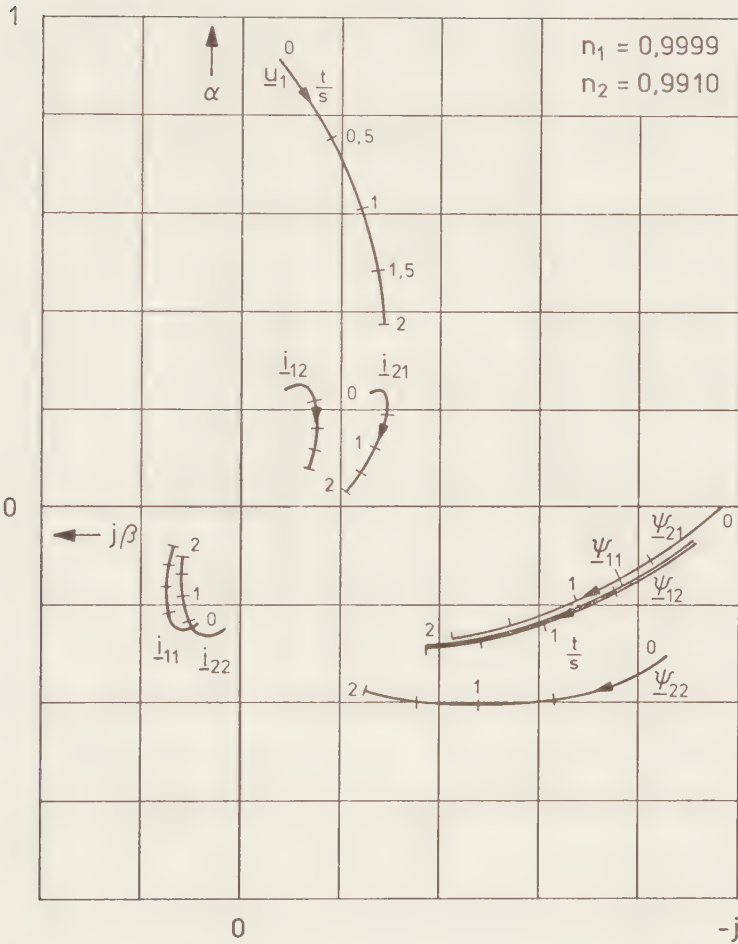


Bild 5.12 Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2) bei konstanten Drehzahlen

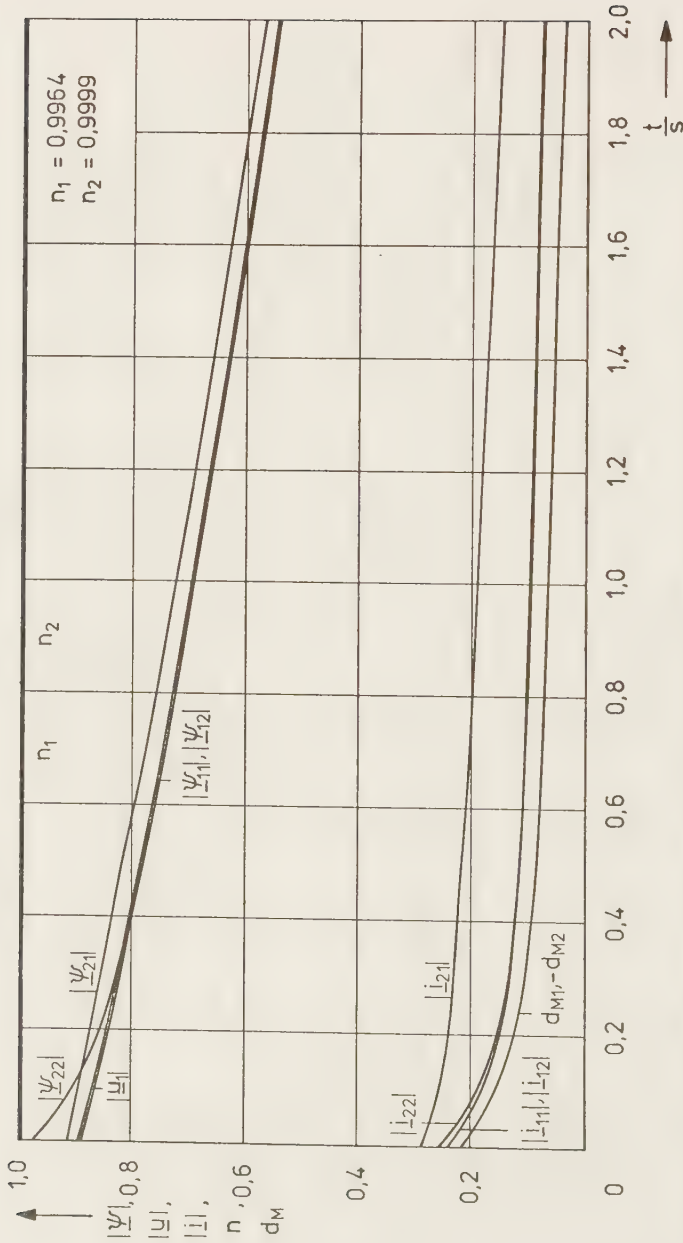


Bild 5.13 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2) bei konstanten Drehzahlen

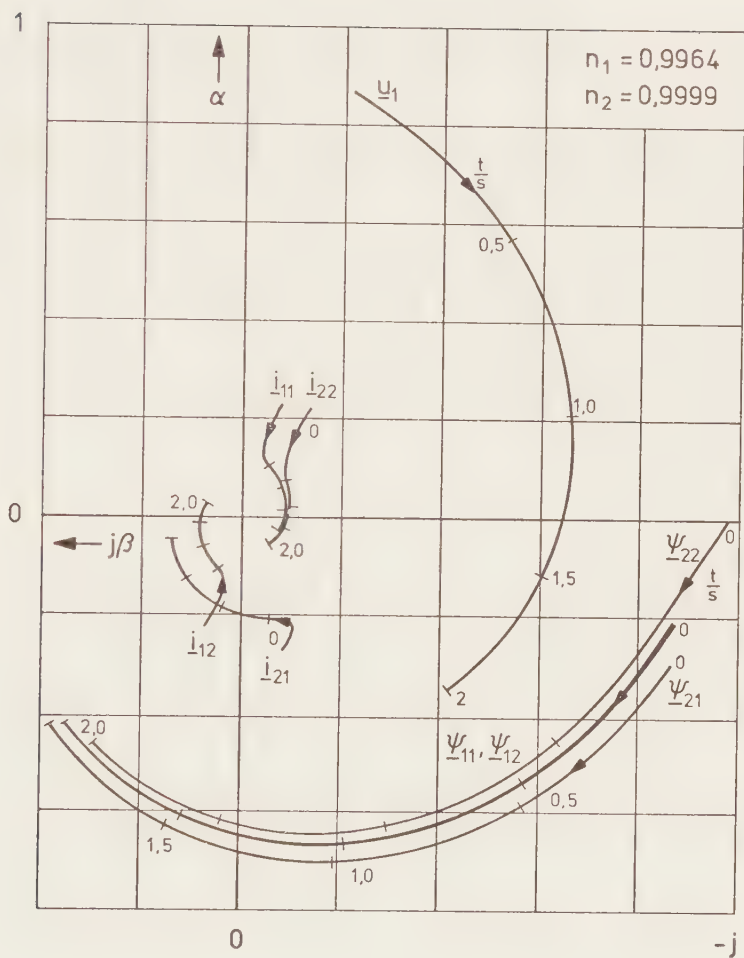


Bild 5.14 Zeitverläufe der Raumzeiger im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2) bei konstanten Drehzahlen

träge der Läuferflußverkettungen beider Maschinen im Laufe der Übergangsvorgänge nicht die gleichen Werte an, sondern es bleibt eine Differenz der Beträge bestehen. Dementsprechend nimmt die 2,5 MW - Maschine während der gesamten Übergangsvorgänge einen induktiven Blindstrom auf.

Bei den in den beiden Beispielen vorhandenen Drehzahl-differenzen besitzen die Zeitkonstanten $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ die Werte:

$$T_{2\lambda 1} = 0,66 T_{2\lambda 1\max} \hat{=} 3,0 \text{ s} ,$$

$$T_{2\lambda 2} = 0,03 T_{2\lambda 1\max} \hat{=} 0,15 \text{ s}$$

für die in Bild 5.11 dargestellten und:

$$T_{2\lambda 1} = 0,92 T_{2\lambda 1\max} \hat{=} 4,2 \text{ s} ,$$

$$T_{2\lambda 2} = 0,03 T_{2\lambda 2\max} \hat{=} 0,15 \text{ s}$$

für die in Bild 5.13 enthaltenen Zeitverläufe der Beträge der Läuferflußverkettungen, wobei also für die Parallelschaltung der 7,3 MW - Maschine (Index 1) und der 2,5 MW - Maschine (Index 2) aus (5.39) folgt:

$$T_{2\lambda 1\max} = 0,86 T_{21} = 2,06 T_{22} \hat{=} 4,57 \text{ s} .$$

Diese Zahlenwerte unterstreichen zusammen mit den Zeitverläufen in den Bildern 5.11 und 5.13 nochmals die aus Bild 5.6 ablesbare Tendenz, daß für das Abklingverhalten der Flußverkettungsbeträge zweier parallelgeschalteter Maschinen in erster Linie die Zeitkonstante $T_{2\lambda 1}$ maßgebend ist, wenn der Betrag der Drehzahldifferenz klein ist gegen den Wert:

$$d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \approx \frac{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_2 \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_1 \left(\frac{R_2}{\sigma X_2} \right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_2} ,$$

welcher näherungsweise einem gewichteten Mittelwert der Kippschlupfe beider Maschinen entspricht.

5.3.2 Übergangsverhalten bei zeitlich veränderlichen Drehzahlen

Das zuvor untersuchte Verhalten der Maschinen bei konstanten Drehzahlen entbehrt zwar nicht einer praktischen Realität, es muß dennoch als seltener Grenzfall des allgemeinen Übergangsverhaltens bei zeitlich veränderlichen Drehzahlen angesehen werden; denn man kann davon ausgehen, daß sich gewöhnlich auch bei kurzzeitigen Spannungsunterbrechungen nicht mehr vernachlässigbare Drehzahländerungen ergeben, welche aus dem Zusammenwirken der Lastmomente der Arbeitsmaschinen mit den elektromagnetischen Drehmomenten resultieren.

Im Unterschied zu dem bisher behandelten Grenzfall kann das Verhalten bei zeitlich veränderlichen Drehzahlen nicht mehr anhand von expliziten Übergangsfunktionen analysiert werden, da das nichtlineare Differentialgleichungssystem der Motoren nicht mehr geschlossen lösbar ist. Es wird daher von der Möglichkeit Gebrauch gemacht, die komplexen Differentialgleichungen der Läuferflußverkettungen graphisch zu interpretieren, um auf diese Weise Einblick in die Eigenschaften des nichtlinearen Zweimaschinensystems zu gewinnen. Das daraus resultierende Übergangsverhalten wird daran anschließend anhand von digital simulierten Unterbrechungsvorgängen dargelegt.

Die Differentialgleichungen:

$$\frac{d\psi_{2v}}{dt} = - R_{2v} \dot{i}_{2v} - j (1-n_v) \psi_{2v} , \quad v = 1, 2 \quad (5.44)$$

bringen ganz allgemein die differentiellen Änderungen der Raumzeiger ψ_{2v} im α, β - System zum Ausdruck, d.h. man erhält, wenn man von der Lage der Raumzeiger ψ_{2v} und $\dot{i}_{2v}$ in einem bestimmten Zeitpunkt t ausgeht, die Lage von ψ_{2v} im Zeitpunkt $(t+\Delta t)$ durch:

$$\underline{\psi}_{2v}(t+\Delta t) = \underline{\psi}_{2v}(t) - R_{2v}\underline{i}_{2v}(t)\Delta t - j(1-n_v) \underline{\psi}_{2v}(t)\Delta t, \quad (5.45)$$

$$v = 1, 2, \quad ,$$

wenn Δt gegen null strebt.

Während der Term $-j(1-n_v)\underline{\psi}_{2v}(t)\Delta t$ immer nur eine Drehung von $\underline{\psi}_{2v}$ ohne Betragsänderung hervorruft, kann durch $-R_{2v}\underline{i}_{2v}(t)\Delta t$ je nach Phasenlage des Läuferstromes in Bezug auf die Läuferflußverkettung sowohl eine Winkel- als auch eine Betragsänderung von $\underline{\psi}_{2v}$ während des Zeitelementes Δt verursacht werden. Dabei bewirkt die zur Läuferflußverkettung parallele Komponente des Läuferstromes eine Betragsänderung, die orthogonale Komponente dagegen eine Winkeländerung bzw. eine Drehung der Läuferflußverkettung.

Für die Untersuchung des Verhaltens bei Spannungsunterbrechung werden die Läuferströme durch die Läuferflußverkettungen ausgedrückt. Man erhält daraus, wenn man den Einfluß der Ständerwiderstände vernachlässigt, die bereits für die Spannungsunterbrechung abgeleitete Beziehung (5.1). Daraus folgt für $N = 2$:

$$\begin{aligned} \underline{\psi}_{2v}(t+\Delta t) = \underline{\psi}_{2v}(t) - \left(\frac{R_2}{X_2}\right)_v \underline{\psi}_{2v}(t)\Delta t - j(1-n_v) \underline{\psi}_{2v}(t)\Delta t \\ - \frac{1}{1 + \frac{(\sigma X_1)_\mu}{(\sigma X_1)_v}} \left(\frac{R_2}{X_2}\right)_v \left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right)_v \left[\underline{\psi}_{2v}(t) - \left(\frac{X_h}{X_2}\right)_\mu \left(\frac{X_2}{X_h}\right)_v \underline{\psi}_{2\mu}(t) \right] \Delta t, \end{aligned}$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu; \quad \Delta t \rightarrow 0. \quad (5.46)$$

Die obere Zeile der Gleichung bringt die Bewegungen der Läuferflußverkettungen im α, β - System zum Ausdruck, die sich ausgehend von bestimmten Werten $\underline{\psi}_{2v}(t)$ bei getrennt abgeschalteten Maschinen ergeben würden.

Der letzte Term hingegen beschreibt den Einfluß, den eine im Zeitpunkt t vorhandene Differenz der Läuferflußverkettungen bei parallelgeschalteten Maschinen ausübt.

Um diesen Einfluß näher zu analysieren, wird zuerst wieder der einfachere Fall elektrisch gleicher Maschinen betrachtet. In diesem Fall gilt:

$$\begin{aligned} \psi_{2v}(t+\Delta t) = \psi_{2v}(t) - \left(\frac{R_2}{X_2}\right) \psi_{2v}(t) \Delta t - j(1-n_v) \psi_{2v}(t) \Delta t \\ - \frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{X_2}\right) \left(\frac{1-\sigma}{\sigma}\right) [\psi_{2v}(t) - \psi_{2\mu}(t)] \Delta t, \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu; \quad \Delta t \rightarrow 0.$$

Diese Gleichungen sind in den Bildern 5.15 a und 5.15 b für eine willkürlich gewählte Konfiguration der Größen $\psi_{21}(t)$ und $\psi_{22}(t)$ im α, β - System graphisch dargestellt, wobei die differentiellen Anteile zur besseren Übersichtlichkeit absichtlich im Verhältnis zu groß gezeichnet sind.

Die Darstellungen veranschaulichen, in welcher Weise sich eine vorhandene Differenz:

$$\psi_{2v\mu}(t) = \psi_{2v}(t) - \psi_{2\mu}(t), \quad v, \mu = 1, 2 \quad (5.48)$$

der Läuferflußverkettungen auf diese selbst auswirkt. Da eine solche Differenz nach (5.40) gleichbedeutend mit dem Auftreten von Ständerströmen ist, kann man nun qualitativ abschätzen, wie die Ausgleichsströme auf die Zeitverläufe der Läuferflußverkettungen zurückwirken und diese verglichen mit denen, die sich bei einzeln abgeschalteter Maschinen ergeben würden, verändern, wenn man sich die Bewegungen der ψ_{2v} während einiger aufeinanderfolgender Zeitelemente vorstellt.

Für die Läuferflußverkettung ψ_{2v} führt die mit ihr gleich gerichtete Komponente der Differenz $\psi_{2v\mu}$ zu einer zusätzlichen Betragsabnahme. Die auf ψ_{2v} senkrecht stehende Komponente von $\psi_{2v\mu}$ hat bei dieser eine zusätzliche Winkeländerung, und zwar im mathematisch negativen Sinn, wenn $\psi_{2v\mu}$ gegenüber ψ_{2v} voreilt, zur Folge.

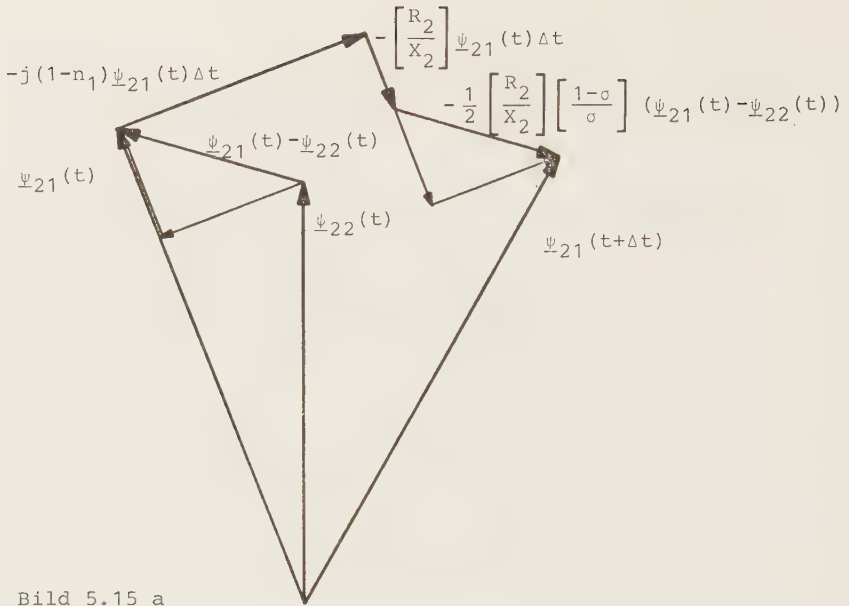


Bild 5.15 a

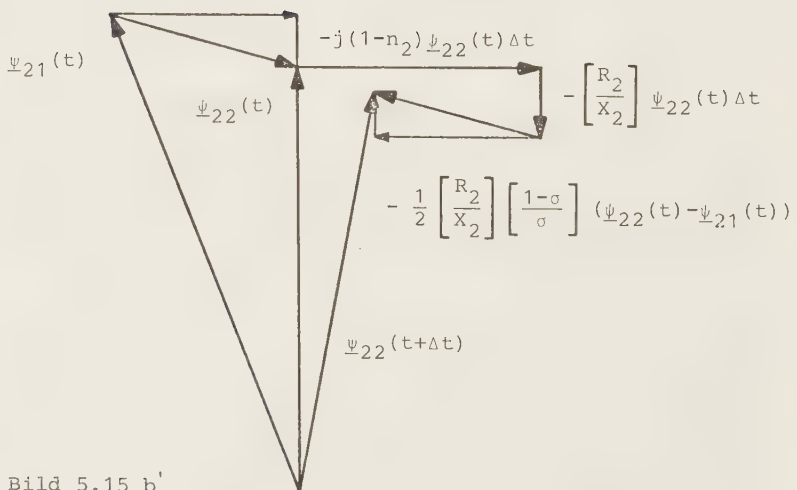


Bild 5.15 b'

Graphische Darstellung der Differentialgleichungen
für ψ_{21} und ψ_{22} bei gleichen Maschinen

Daraus ergeben sich nun die folgenden spezifischen Eigenschaften, die für das Übergangsverhalten zweier elektrisch gleicher Asynchronmaschinen bei Spannungsunterbrechungen charakteristisch sind.

Der Betrag der Läuferflußverkettung einer Maschine nimmt solange schneller ab als es der exponentiellen Abnahme mit der Läuferzeitkonstanten entspricht, wie die Projektion der anderen Läuferflußverkettung auf ihre Richtung im Betrag kleiner als sie selbst ist. Währenddessen kann der Betrag der betragsmäßig kleineren Flußverkettung unter Umständen langsamer absinken, als wenn diese Maschine allein abgeschaltet worden wäre.

Sind beide Läuferflußverkettungen im Betrag gleich groß, so klingen ihre Beträge dann schneller ab, als wenn sie getrennt abgeschaltet worden wären, wenn zwischen ihnen eine Winkeldifferenz vorhanden ist. In diesem Fall erfolgt die Abnahme umso schneller, je größer der Betrag der Differenz $\psi_{2v\mu}$ ist.

Da die jeweils zur Richtung der Läuferflußverkettung ψ_{2v} voreilende orthogonale Komponente von $\psi_{2v\mu}$ bei dieser eine zusätzliche Drehung im mathematisch negativen Sinne bewirkt, weist die nacheilende der beiden Läuferflußverkettungen eine höhere, die voreilende dagegen eine niedrigere absolute Winkelgeschwindigkeit auf als der jeweilige Läufer, sofern eine Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen vorhanden ist.

Es bestehen dann also bei beiden Maschinen gegensinnige Relativbewegungen der Läuferflußverkettungen gegenüber den Läufern. Daraus folgt, daß zwischen beiden Läuferflußverkettungen solange eine Relativbewegung besteht, bis sich bei einer bestimmten Drehzahldifferenz eine bestimmte Winkeldifferenz eingestellt hat. Diese ist umso größer, je größer die Drehzahldifferenz ist.

Die soeben geschilderten Zusammenhänge zwischen dem Abklingen der Läuferflußverkettungen, der Winkeldifferenz zwischen diesen Größen und der Drehzahldifferenz finden

ihren Ausdruck in der zuvor beobachteten Eigenschaft des Zweimaschinensystems, daß die für das Abklingen der Flußverkettungen bei konstanten Drehzahlen maßgebliche Zeitkonstante $T_{2\lambda 1}$ umso kleiner ist, je größer die Drehzahldifferenz ist.

Bei Maschinen mit unterschiedlichen elektrischen Parametern wirkt sich die Differenz der Läuferflußverkettungen bei beiden Maschinen mit unterschiedlichem Gewicht aus. Der Term, der die Auswirkungen der Ausgleichsvorgänge auf die Flußverkettung $\underline{\psi}_{2v}$ zum Ausdruck bringt, lautet in diesem Fall:

$$- \frac{1}{1 + \frac{(\sigma X_1)_\mu}{(\sigma X_1)_v}} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \left[\underline{\psi}_{2v} - \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_\mu \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_v \underline{\psi}_{2\mu} \right], \quad (5.49)$$

$$v, \mu = 1, 2; \quad v \neq \mu.$$

Wenn Maschine v eine wesentlich geringere Nennleistung als Maschine μ besitzt, dann gilt, da die Parameter beider Maschinen auf die gleichen Bezugsgrößen normiert sind:

$$\left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \gg \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu,$$

$$(\sigma X_1)_v \gg (\sigma X_1)_\mu,$$

so daß dann auch:

$$\frac{1}{1 + \frac{(\sigma X_1)_\mu}{(\sigma X_1)_v}} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_v \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_v \gg \frac{1}{1 + \frac{(\sigma X_1)_v}{(\sigma X_1)_\mu}} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_\mu \quad (5.50)$$

ist.

Wenn beide Maschinen getrennt abgeschaltet würden, würde der Betrag der Läuferflußverkettung bei Maschine v wesentlich rascher abnehmen als bei Maschine μ . Dieser Unterschied kann bei parallelen Maschinen dann ausgeglichen wer-

den, wenn die Projektion von $\psi_{2\mu}$ auf ψ_{2v} im Betrag größer als $|\psi_{2v}|$ selbst ist. Dann wird bei der kleineren Maschine $|\psi_{2v}|$ wesentlich langsamer, bei der größeren Maschine $|\psi_{2\mu}|$ dagegen nur geringfügig schneller absinken, als dies bei getrennten Maschinen der Fall wäre.

Um das Übergangsverhalten darzulegen, das aus den eben erläuterten Eigenschaften der parallelen Maschinen resultiert, werden nun einige digital simulierte Spannungsunterbrechungen analysiert. Es ist sinnvoll, dafür solche Unterbrechungsvorgänge auszuwählen, bei denen die Ausgleichsvorgänge zwischen den Maschinen besonders deutlich in Erscheinung treten.

Da das Übergangsverhalten bei konstanten Drehzahlen sehr wesentlich von der Drehzahldifferenz beider Maschinen abhängt, ist zu erwarten, daß die Vorgänge bei zeitvariablen Drehzahlen hauptsächlich durch die Differenz der bremsenden Wirkungen, welche die Lastmomente auf die Läufer ausüben, beeinflußt werden. Es werden daher als Anschauungsbeispiele einige Unterbrechungsvorgänge herangezogen, die sich durch sehr unterschiedliche Belastung beider Motoren auszeichnen. Um die Einsicht in die Zusammenhänge zwischen den bremsenden Wirkungen der Arbeitsmaschinen und den Ausgleichsvorgängen zu erleichtern, werden die Lastmomente in den folgenden Beispielen vereinfachend als konstant angenommen.

In den Bildern 5.16 und 5.17 sind die Zeitverläufe einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW - Motoren wiedergegeben, von denen Motor 1 nicht belastet war, wogegen Motor 2 mit einem konstanten Lastmoment von der Größe seines Nennmomentes beaufschlagt war. Beide Antriebe weisen gleich große Schwungmassen auf.

Aufgrund dieser Belastungen liegt für beide Maschinen unmittelbar nach dem Abschalten näherungsweise der gleiche Anfangszustand vor wie bei dem in den Bildern 5.7a und 5.8a dargestellten Beispiel, für welches die Drehzahlen als konstant vorausgesetzt wurden.

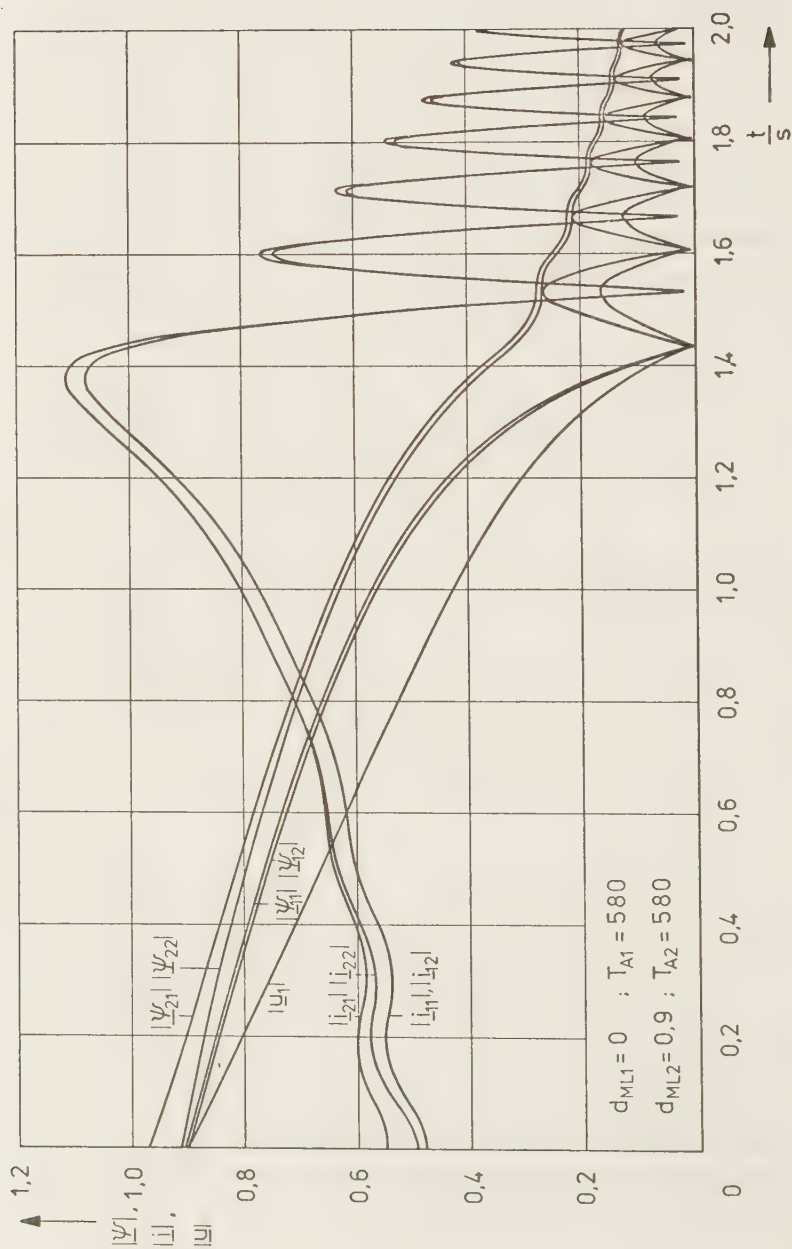


Bild 5.16 Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

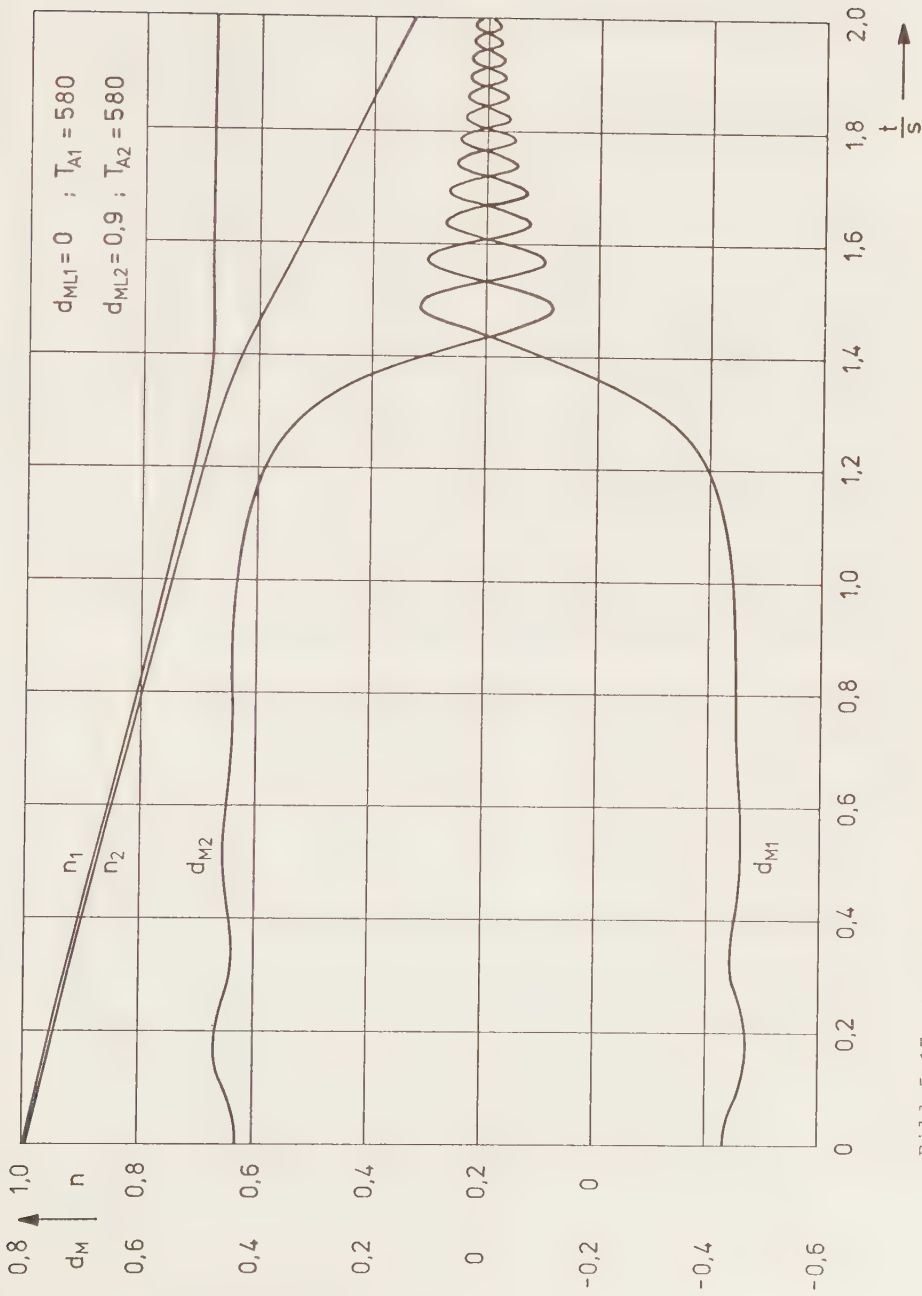


Bild 5.17 Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

Bei einem Vergleich wird sofort offenkundig, daß sich die Übergangsvorgänge in beiden Fällen grundsätzlich unterscheiden.

Im vorliegenden Fall kann man den zeitlichen Ablauf des Übergangsvorganges in zwei Abschnitte unterteilen, die vor allem in den Zeitverläufen der Drehzahlen und der Drehmomente in Bild 5.17 zum Ausdruck kommen. Zunächst sinken die Drehzahlen beider Antriebe nahezu gleich schnell ab, obwohl nur bei Maschine 2 ein Lastmoment auftritt. In diesem ersten Zeitabschnitt entwickeln beide Maschinen Ausgleichsmomente, die so groß und so gerichtet sind, daß sie die Auswirkung des Lastmomentes auf beide Antriebe verteilen.

Im zweiten Zeitabschnitt nehmen die Drehzahlen die Verläufe, die aus der fast alleinigen Wirkung der äußeren Momente resultieren.

Die Ursachen für die Entstehung der Ausgleichsmomente und die Übergangsvorgänge während der genannten Zeitabschnitte sollen nun noch näher beleuchtet werden. Dazu wird wieder der Einfluß der Ständerwiderstände vernachlässigt.

Während der Spannungsunterbrechung gelten für die Läufer beider Maschinen die Bewegungsgleichungen:

$$\frac{dn_v}{dt} = \frac{1}{T_{Av}} (d_{Mv} - d_{MLv}) , \quad v = 1, 2 . \quad (5.51)$$

Würden beide Motoren getrennt abgeschaltet, so würden ihre Schwungmassen entsprechend den unterschiedlichen Quotienten d_{MLv}/T_{Av} durch ihre Arbeitsmaschinen verschieden abgebremst, wodurch die Raumzeigersysteme beider Maschinen auseinanderlaufen würden. Da die Maschinen im vorliegenden Fall parallel geschaltet sind, entstehen bei Vorhandensein einer Winkeldifferenz der Raumzeiger der Läuferflußverkettungen elektromagnetische Drehmomente.

Unmittelbar nach dem Abschaltvorgang sind die entwickelten Drehmomente nach Größe und Richtung noch weitgehend von der Belastung der Motoren vor der Abschaltung vorgegeben, da die Änderungen der Läuferflußverketten während des Abschaltvorganges vernachlässigbar gering sind. Wenn es sich wie im vorliegenden Fall um elektrisch gleiche Maschinen handelt, so eilt die Läuferflußverketten derjenigen Maschine, die vor der Abschaltung das größere Drehmoment aufbrachte, gegenüber der Läuferflußverketten der anderen Maschine nach, so daß sie unmittelbar nach der Abschaltung nach (5.41) ein motorisches Drehmoment aufweist. Im allgemeinen besitzen diese Anfangswerte der Drehmomente noch nicht genau die Größe und das Vorzeichen, um eventuell vorhandene unterschiedliche Bremsverzögerungen auszugleichen. Um bei beiden Antrieben exakt gleiche Drehzahländerungen bei entgegengesetzt gleichen Drehmomenten zu erreichen, müßten die Ausgleichsmomente die theoretischen Werte:

$$\dot{d}_{M1} = - \dot{d}_{M2} = \frac{T_{A2} \dot{d}_{ML1} - T_{A1} \dot{d}_{ML2}}{T_{A1} + T_{A2}} \quad (5.52)$$

aufweisen, die von den Verhältnissen der Lastmomente zu den Gesamtträgheitsmomenten der Antriebe bestimmt werden. Die Ausgleichsmomente nehmen im allgemeinen jedoch erst nach einem am Anfang der Spannungsunterbrechung stattfindenden Übergangsvorgang, der auf folgendem Ausgleichsverhalten beruht, annähernd die Werte $\dot{d}_{M1}$ bzw. $\dot{d}_{M2}$ an.

Eine Abweichung der Drehmomente von den Werten $\dot{d}_{M1}$ und $\dot{d}_{M2}$ hat zunächst grundsätzlich eine Änderung der Drehzahldifferenz zur Folge. Wenn die Anfangswerte der Ausgleichsmomente wie im vorliegenden Beispiel zwar das gleiche Vorzeichen besitzen wie $\dot{d}_{M1}$ bzw. $\dot{d}_{M2}$, aber betragsmäßig kleiner sind als diese, so sinkt die Drehzahl des stärker belasteten Motors etwas schneller ab, d.h. die Differenz der Drehzahlen wächst an. Gleichzeitig nimmt dabei aber auch die Winkeldifferenz der Läuferflußver-

kettungen zu, wobei die Flußverkettung der stärker abgebremsten Maschine gegenüber der anderen Flußverkettung zurückbleibt. Nach (5.41) führt die Zunahme der Winkeldifferenz zu einem Ansteigen der Ausgleichsmomente, wobei die Maschine, deren Läuferflußverkettung nacheilt, ein motorisches Drehmoment entwickelt, welches also dem Lastmoment entgegenwirkt. Im vorliegenden Fall gehen die Ausgleichsmomente in Form von gedämpften Schwingungen näherungsweise auf die Werte $\tilde{d}_{M1}$ bzw. $\tilde{d}_{M2}$ über. Auf diese Weise wird am Anfang der Spannungsunterbrechung vorübergehend ein Zustand aufrechterhalten, in dem beide Läufer etwa gleich schnell und annähernd mit der Drehzahlabnahme:

$$\frac{dn_v}{dt} = - \frac{\tilde{d}_{ML1} + \tilde{d}_{ML2}}{T_{A1} + T_{A2}}, \quad v = 1, 2 \quad (5.53)$$

abgebremst werden.

Zwischen den Drehzahlen ist dabei eine Differenz vorhanden, die für das Aufrechterhalten einer Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen und damit für die Bildung der Ausgleichsdrehmomente erforderlich ist. Die Flußverkettungen beider Maschinen laufen während dieser Zeit miteinander synchron um.

Mit zunehmender Dauer der Spannungsunterbrechung sinken die Beträge der Läuferflußverkettungen immer weiter ab. Zunächst werden die Ausgleichsmomente noch dadurch aufrechterhalten, daß die Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen entsprechend zunimmt. Sobald jedoch die Winkeldifferenz von 90° überschritten ist, werden die Ausgleichsmomente mit wachsender Winkeldifferenz wieder kleiner. Die durch die Arbeitsmaschinen hervorgerufenen unterschiedlichen Verzögerungen beider Läufer werden nun nicht weiter ausgeglichen, so daß die Drehzahldifferenz rasch anwächst.

Die Raumzeigersysteme beider Maschinen, die bis dahin noch miteinander synchron waren, "kippen" nun auseinander und laufen danach immer schneller asynchron gegen-

einander. Das Auseinanderlaufen der Läuferflußverkettungen ist in den Bildern 5.18 a und 5.18 b zu beobachten, in denen die Zeitverläufe $\psi_{21}(t)$ und $\psi_{22}(t)$ im α, β - System dargestellt sind.

Auf den Kippvorgang, der sich durch das kurzzeitige Ansteigen der Ständerstrombeträge äußert, folgen während des asynchronen Laufes eine Reihe von exponentiell abnehmenden Spitzen der Ständerstrombeträge, die etwa in den Zeitpunkten auftreten, in denen sich die Läuferflußverkettungen in Phasenopposition befinden.

Der Raumzeiger der gemeinsamen Ständerspannung, dessen Zeitverlauf im α, β - System in Bild 5.19 zu sehen ist, wird während der Spannungsunterbrechung nach (5.43) aus dem Mittelwert der geometrischen Addition zweier induzierter Spannungen gebildet, welche den Produkten der Drehzahlen mit den Läuferflußverkettungen proportional sind. Durch das Absinken der Drehzahlen und durch das Auseinanderlaufen der Läuferflußverkettungen nimmt der Betrag der Ständerspannung daher wesentlich schneller ab als die Beträge der Läuferflußverkettungen. In den Zeitaugenblicken, in denen sich die Läuferflußverkettungen in Phasenopposition befinden, kann der Betrag der Ständerspannung fast zu null werden, obwohl die Läuferflußverkettungen durchaus noch beträchtliche Beträge aufweisen.

Bei dem bereits angesprochenen Vergleich der Zeitverläufe der zuletzt betrachteten Spannungsunterbrechung mit denen, die sich bei gleichen Anfangsbedingungen aber konstanten Drehzahlen ergeben, ist als wesentlicher Unterschied hervorzuheben, daß bei konstanten Drehzahlen kein Kippen des Wirkleistungsaustausches zwischen beiden Maschinen stattfindet.

Um weitere Vergleiche mit Unterbrechungsvorgängen bei konstanten Drehzahlen zu ermöglichen, zeigen die Bilder 5.20 und 5.21 sowie 5.22 und 5.23 die Zeitverläufe bei zwei Spannungsunterbrechungen an einer 7,3 MW- und einer 2,5 MW-Maschine, von denen sich jeweils die eine im Leerlauf befand, während die andere mit einem konstanten Moment von

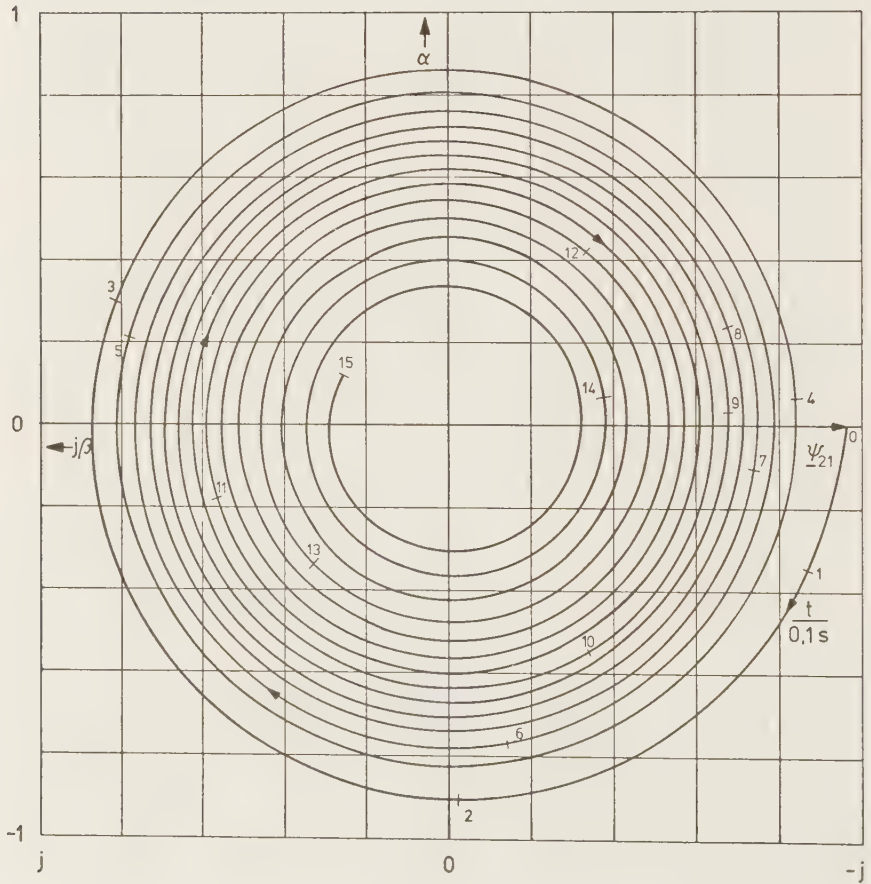


Bild 5.18 a Verlauf von $\underline{\psi}_{21}$ im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

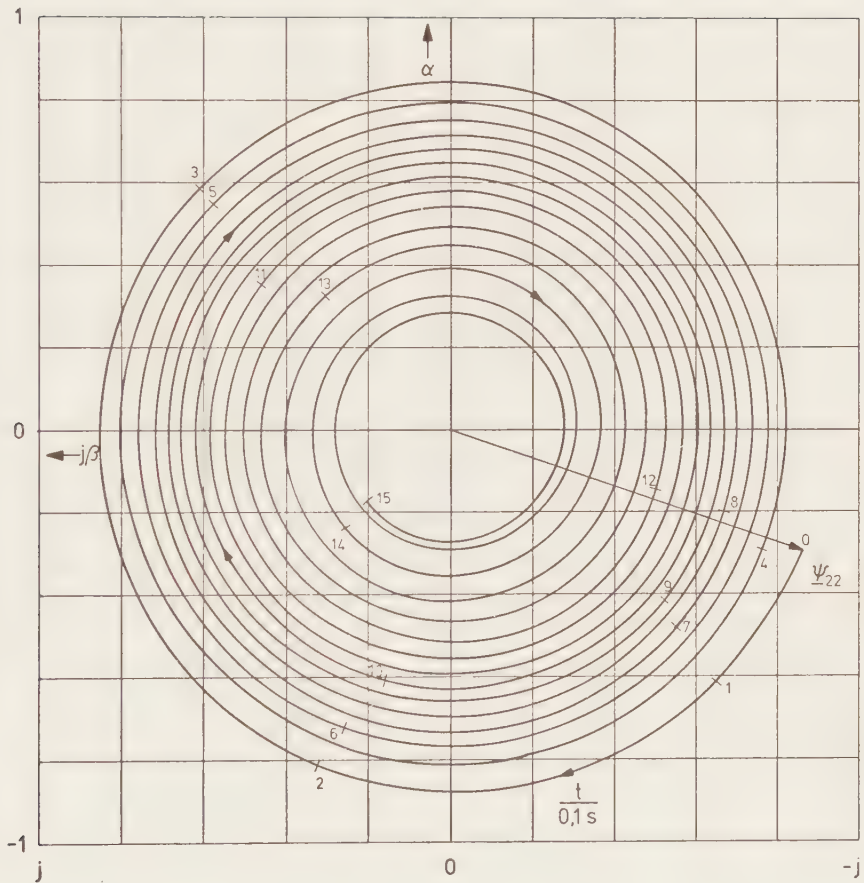


Bild 5.18 b Verlauf von ψ_{22} im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

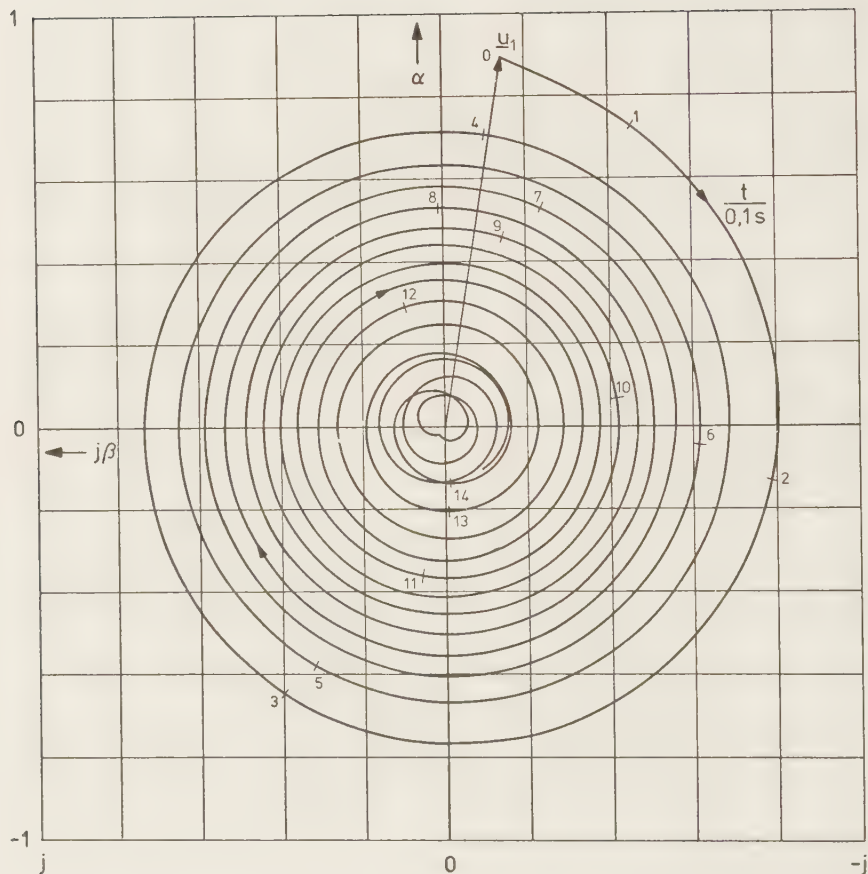


Bild 5.19 Verlauf der Restspannung $\underline{u}_1$ im α, β - System während einer Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

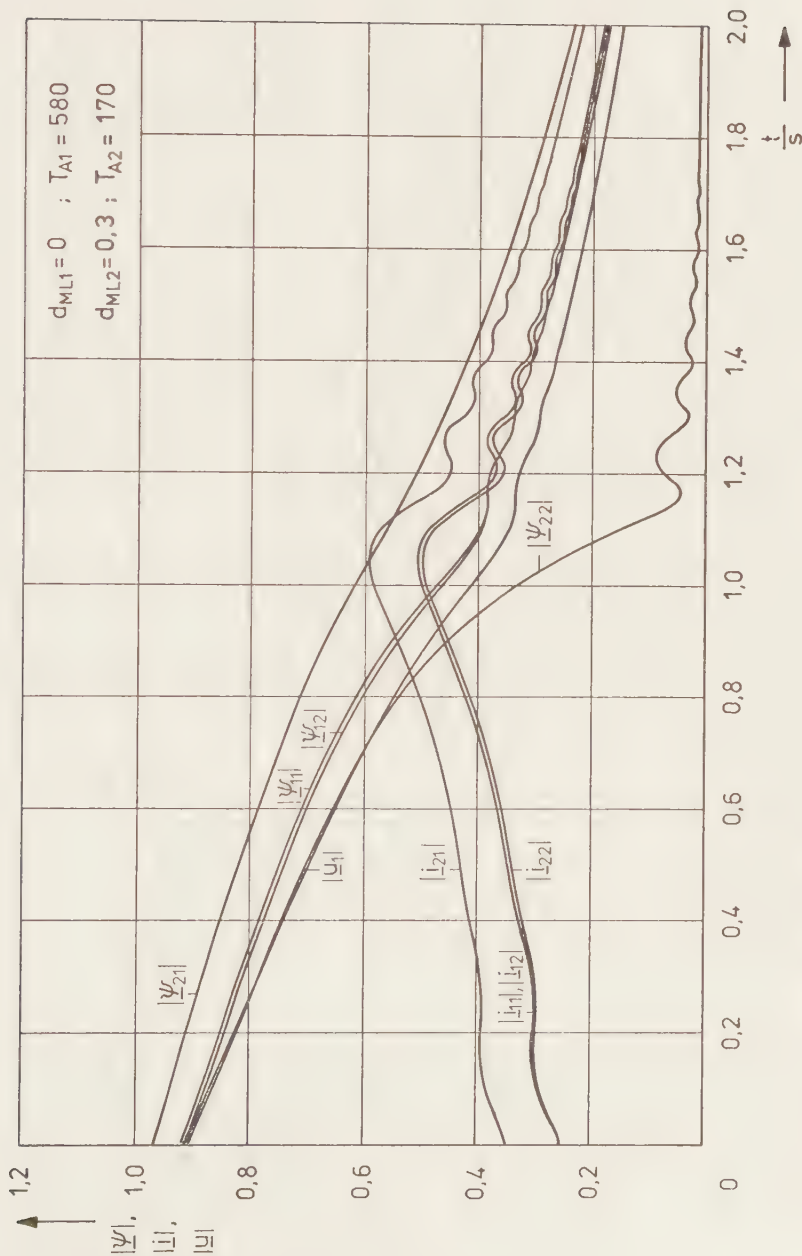


Bild 5.20 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2)

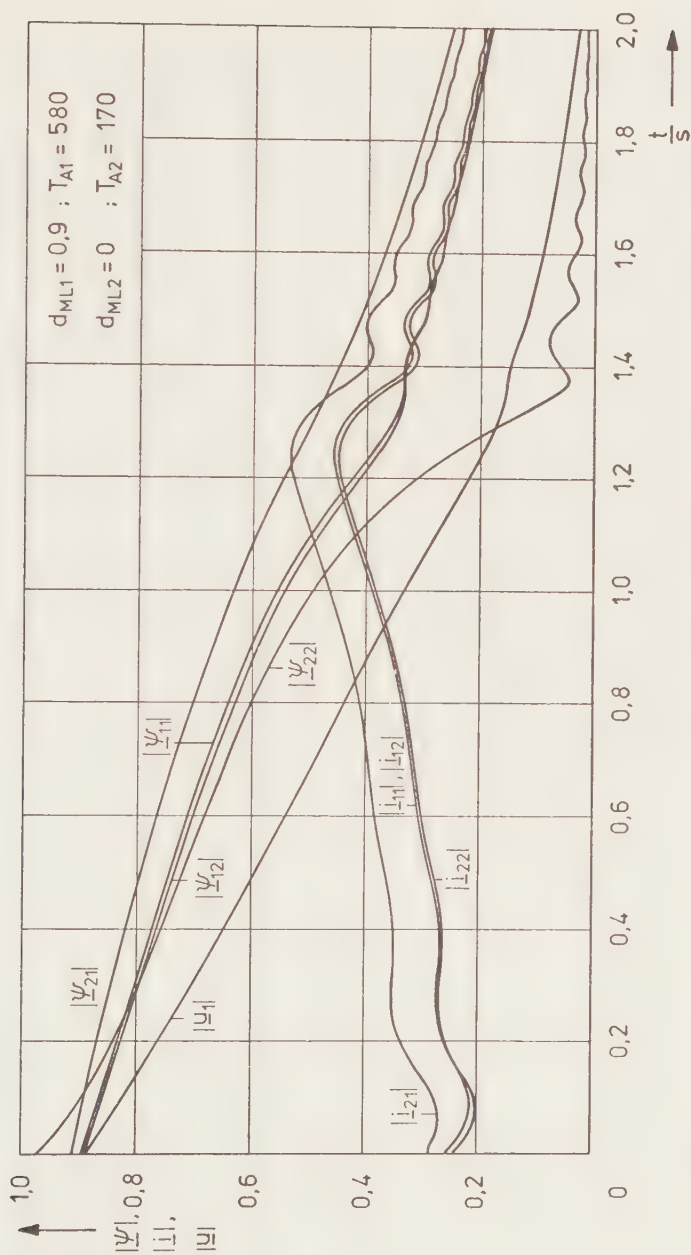


Bild 5.22 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2)

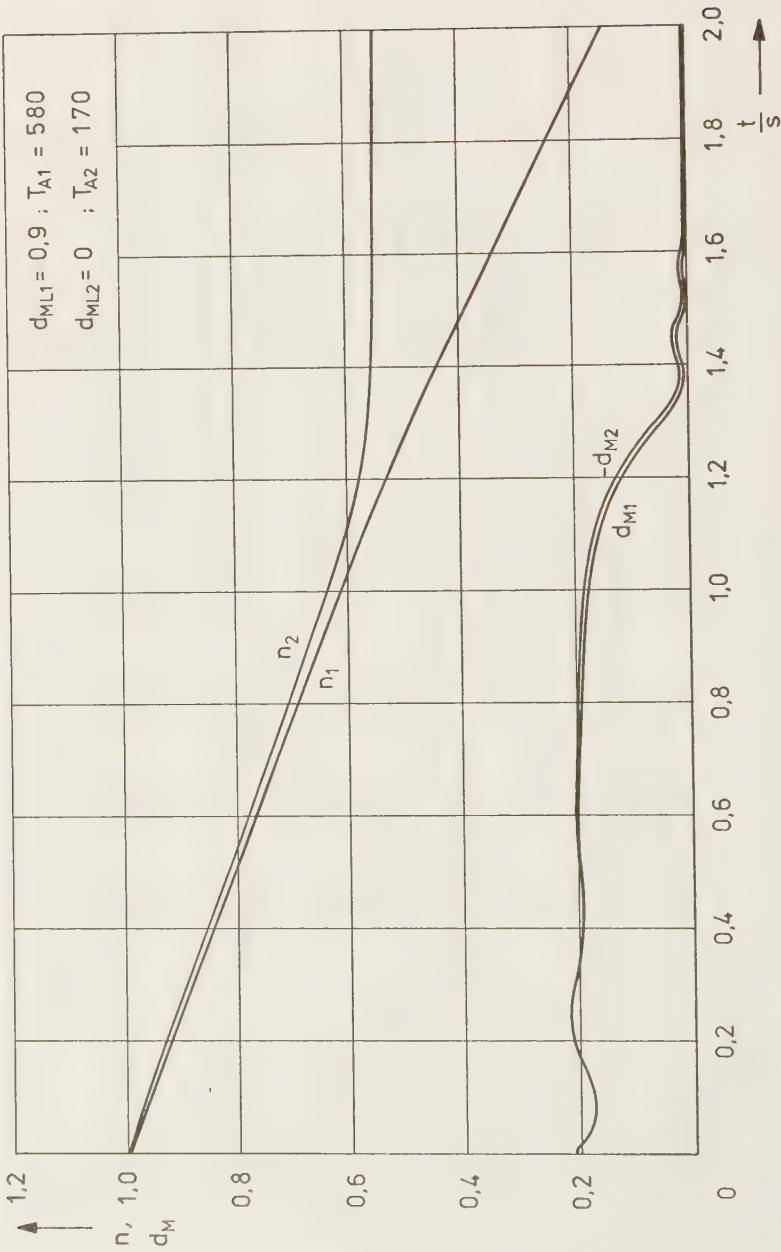


Bild 5.23 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-Maschine (Index 1) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 2)

der Größe ihres Nennmomentes belastet war. Die Anfangswerte entsprechen daher in beiden Fällen denjenigen, der in den Bildern 5.11 bis 5.14 dargestellten Übergangsvorgänge bei konstanten Drehzahlen.

Auch bei diesen Spannungsunterbrechungen an Motoren unterschiedlicher Größe ist wieder die typische Unterteilung der Übergangsvorgänge in eine synchrone und eine asynchrone Phase festzustellen. Gegenüber dem zuvor betrachteten Verhalten elektrisch gleicher Maschinen macht sich dabei jedoch der Einfluß der unterschiedlichen Läuferzeitkonstanten bemerkbar.

Solange beide Läuferflußverkettungen mit geringer Winkeldifferenz synchron umlaufen, wird das Absinken der Läuferflußverkettung der 2,5 MW - Maschine vorübergehend verlangsamt, da der Ausgleichsstrom eine magnetisierende Komponente enthält, die jedoch mit wachsender Winkeldifferenz immer kleiner wird. Die Läuferflußverkettung der kleineren Maschine ist schließlich fast völlig abgeklungen, wenn sich die Flußverkettungen zum ersten Mal in Phasenopposition befinden. Die gemeinsame Ständerspannung entsteht daher während des anschließenden Zeitabschnittes, in dem die Läuferflußverkettungen beider Maschinen gegeneinander asynchron umlaufen, im wesentlichen durch die Spannungsteilung der in der größeren Maschine induzierten Spannung an den Ständerwiderständen und den Ständerstreureaktanzen beider Maschinen. Die in der kleineren Maschine induzierte Spannung verursacht lediglich die geringe Welligkeit der Ständerstrombeträge.

In den Zeitverläufen der Drehmomente in den Bildern 5.21 und 5.23 erkennt man am Anfang der Spannungsunterbrechung wieder die bereits bei den vorangegangenen Beispielen beobachteten Übergangsvorgänge, in deren Verlauf die Ausgleichsmomente in Form eines Einschwingvorganges auf die von der Differenz der Quotienten d_{MLV}/T_{AV} bedingten Werte übergehen.

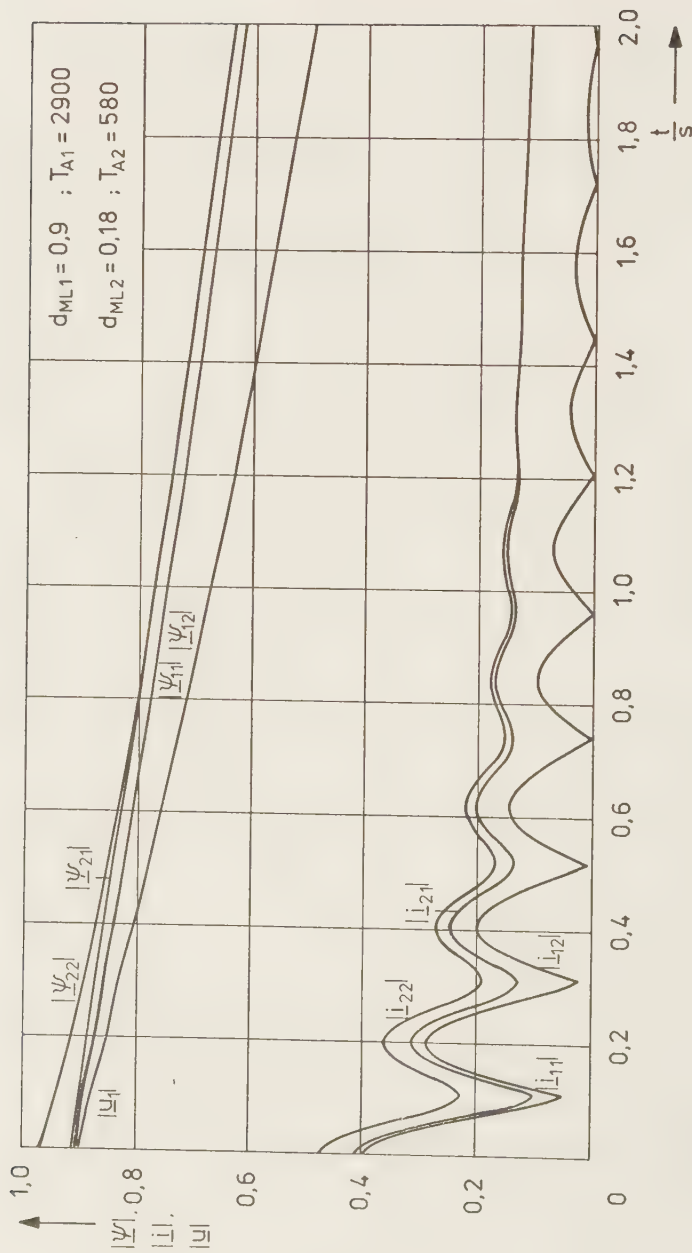


Bild 5.24 Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

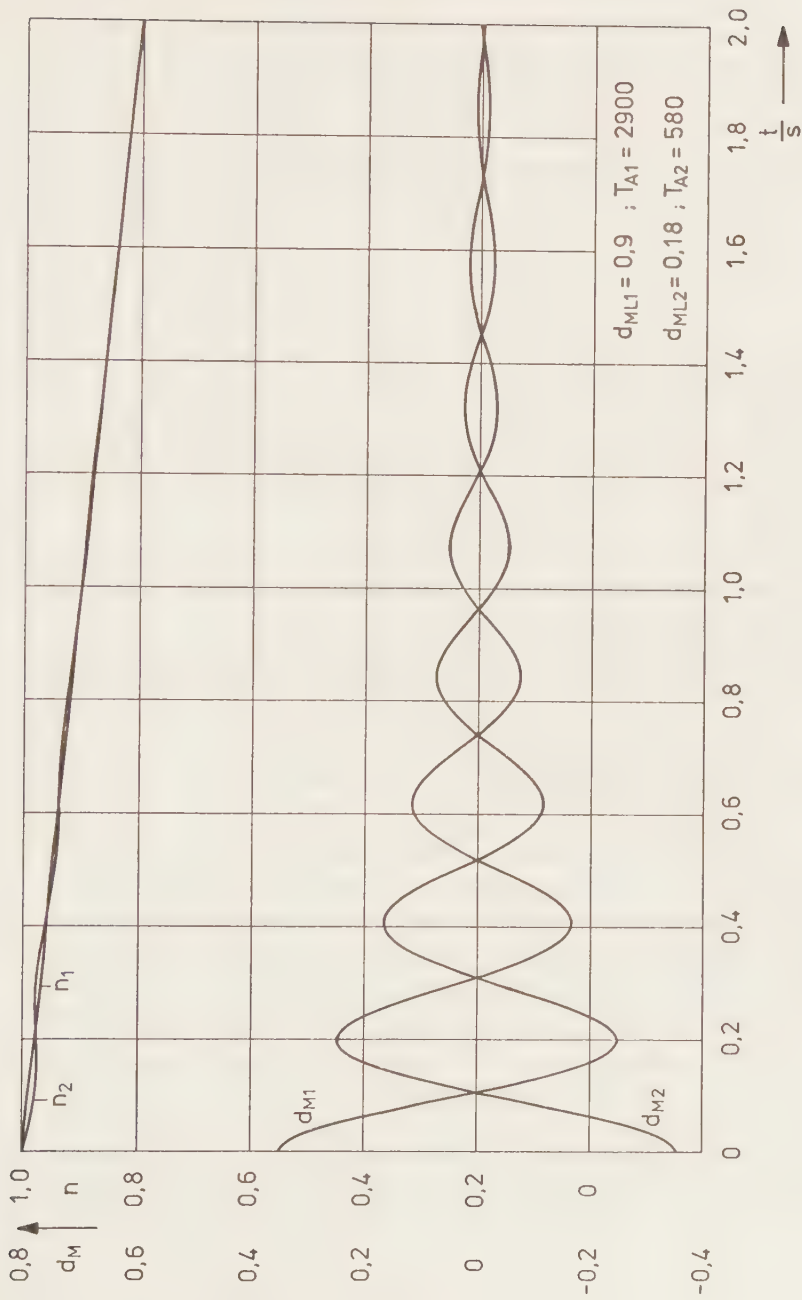


Bild 5.25 Spannungsunterbrechung an zwei 7,3 MW-Maschinen

Noch deutlicher als in den bisher diskutierten Beispielen treten die Einschwingvorgänge in dem folgenden Fall in Erscheinung, dessen Zeitverläufe in den Bildern 5.24 und 5.25 wiedergegeben sind.

Die Relationen der konstanten Lastmomente der beiden 7,3 MW-Motoren zu den Anlaufzeitkonstanten der Antriebe sind mit:

$$d_{ML1} = 5 d_{ML2} \quad ,$$

$$T_{A1} = 5 T_{A2} \quad ,$$

wobei Maschine 1 mit ihrem Nennmoment belastet ist, so gewählt, daß beide Motoren trotz unterschiedlicher Belastung von ihren Arbeitsmaschinen gleich schnell abgebremst werden. Unter diesen Bedingungen gehen die Drehmomente während der Unterbrechung von den Anfangswerten auf den Wert null über. Der Übergangsvorgang vollzieht sich in Form gedämpfter Schwingungen, die sich auch in den Drehzahlverläufen wiederfinden.

Das Zeitverhalten dieser Übergangsvorgänge wird in dem nun folgenden Abschnitt noch eingehender untersucht.

5.3.3 Zeitverhalten der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge

Die elektromechanischen Ausgleichsvorgänge, die sich am Anfang einer Spannungsunterbrechung abspielen können, beruhen auf den Wechselwirkungen, welche zwischen einer vorhandenen Drehzahldifferenz, einer Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen und den elektromagnetischen Drehmomenten bestehen. Um das Zeitverhalten dieser Ausgleichsvorgänge zu analysieren, wird aus den Differentialgleichungen für die komplexen Läuferflußverkettungen und die Drehzahlen, die man aus (5.1) und (5.2) für $N = 2$ erhält, ein Differentialgleichungssystem hergeleitet, in welchem als Variable die Beträge der Läuferflußverkettungen im Quadrat

$$|\psi_{21}|^2 = \psi_{2\alpha 1}^2 + \psi_{2\beta 1}^2 ,$$

$$|\psi_{22}|^2 = \psi_{2\alpha 2}^2 + \psi_{2\beta 2}^2 ,$$

das skalare Produkt der Läuferflußverkettungen

$$\operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} = \psi_{2\alpha 1} \psi_{2\alpha 2} + \psi_{2\beta 1} \psi_{2\beta 2} ,$$

das vektorielle Produkt der Läuferflußverkettungen

$$\operatorname{Im} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} = \psi_{2\alpha 1} \psi_{2\beta 2} - \psi_{2\alpha 2} \psi_{2\beta 1}$$

und die Differenz der Drehzahlen

$$n_{12} = n_1 - n_2$$

auftreten. Um das Differentialgleichungssystem für diese neuen Variablen aufzustellen, werden zuerst die Differentialquotienten dieser Größen als Funktion der α, β -Komponenten der Läuferflußverkettungen bzw. der Drehzahlen gebildet. In den so entstehenden Ausdrücken werden die Ableitungen der α, β -Komponenten der Flußverkettungen und der Drehzahlen durch die Ableitungsfunktion ersetzt, welche man erhält, indem man in (5.1) und (5.2) für $N = 2$ die komplexen Läuferflußverkettungen in ihre Komponenten zerlegt. Wenn in den Beziehungen, die aus diesen Umformungen hervorgehen, die neuen Variablen eingeführt werden, ergibt sich das folgende Gleichungssystem, in dem ebenso wie in (5.1) und (5.2) der Einfluß der Ständerwiderstände nicht berücksichtigt ist:

$$\frac{d}{dt} |\psi_{21}|^2 = -2d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 |\psi_{21}|^2 + 2d_{22} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} , \quad (5.54)$$

$$\frac{d}{dt} |\psi_{22}|^2 = -2d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 |\psi_{22}|^2 + 2d_{21} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} , \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} = & - \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} \\ & + d_{21} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 |\psi_{21}|^2 + d_{22} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 |\psi_{22}|^2 \\ & + n_{12} \operatorname{Im} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} , \end{aligned} \quad (5.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \operatorname{Im} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} = & - \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \operatorname{Im} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} \\ & - n_{12} \operatorname{Re} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} , \end{aligned} \quad (5.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} n_{12} = & \frac{\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_2} \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right] \operatorname{Im} \{ \psi_{22} \psi_{21}^* \} \\ & - \left[\frac{d_{ML1}}{T_{A1}} - \frac{d_{ML2}}{T_{A2}} \right] . \end{aligned} \quad (5.58)$$

Die Tatsache, daß in diesen Gleichungen nicht mehr die Drehzahlen der Maschinen selbst, sondern nur noch die Drehzahl-differenz auftritt, bringt besonders anschaulich und deutlich zum Ausdruck, daß sowohl für das Abklingen der Beträge der Läuferflußverkettungen als auch für die Ausgleichsmomente der Maschinen nur die Differenz der Drehzahlen maßgebend ist. Da nach (5.41):

$$d_{M1} = - d_{M2} = \frac{\left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_1 \left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_2} \operatorname{Im}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\} \quad (5.59)$$

gilt, werden die Drehmomente in diesem Gleichungssystem direkt durch die Variable $\operatorname{Im}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ repräsentiert.

Das Zeitverhalten der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge wird im weiteren anhand einer Differentialgleichung für das Drehmoment d_{M1} erörtert.

Zu diesem Zweck wird wiederum vereinfachend angenommen, daß die Lastmomente konstant sind.

Indem man die Drehzahldifferenz aus den Gleichungen (5.57) und (5.58) eliminiert, erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 d_{M1}}{dt^2} + \left\{ \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{x_2}\right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{x_2}\right)_2 \right] + \frac{\frac{d}{dt} \operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}}{\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}} \right\} \frac{d d_{M1}}{dt} \\ + \left\{ \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{x_2}\right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{x_2}\right)_2 \right] \frac{\frac{d}{dt} \operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}}{\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}} \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_1 \left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_2} \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right] \operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\} \right\} d_{M1} \\ = \frac{\left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_1 \left(\frac{x_h}{\sigma x_1 x_2}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma x_1}\right)_2} \operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\} \left[\frac{d_{ML1}}{T_{A1}} - \frac{d_{ML2}}{T_{A2}} \right] . \quad (5.60) \end{aligned}$$

Da die Größe $\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ über die Drehzahldifferenz mittelbar von d_{M1} abhängt, handelt es sich bei (5.60) um eine nichtlineare Differentialgleichung. Um sie linearisieren zu können, wird für die weiteren Überlegungen vorausgesetzt, daß die Drehzahldifferenz während der zu untersuchenden Übergangsvorgänge sehr klein bleibt, so daß ihr

Einfluß in (5.56) vernachlässigbar ist. Unter dieser Voraussetzung sind die Gleichungen (5.54) bis (5.56) von (5.57) und (5.58) entkoppelt, so daß (5.60) in eine lineare Differentialgleichung mit zeitabhängigen Koeffizienten übergeht.

Bei kleinen Drehzahldifferenzen weist das Zweimaschinensystem bezüglich der Drehmomente und damit auch bezüglich der Drehzahldifferenz im Prinzip das Übergangsverhalten eines zeitvarianten Systems zweiter Ordnung auf. Die Inkonstanz der Systemeigenschaften wird dabei durch die zeitliche Änderung des skalaren Produktes der Läuferflußverkettungen verursacht. Um den Einfluß, den diese Größe auf das Übergangsverhalten der Drehmomente ausübt, beurteilen zu können, wird jetzt zuerst die Zeitabhängigkeit von $\text{Re}\{\underline{\psi}_{22}\underline{\psi}_{21}^*\}$ anhand des Gleichungssystems (5.54) bis (5.56) untersucht. Unter der getroffenen Voraussetzung handelt es sich bei diesem ebenfalls um ein lineares System, welches für $\text{Re}\{\underline{\psi}_{22}\underline{\psi}_{21}^*\}$ die allgemeine Lösung:

$$\text{Re}\{\underline{\psi}_{22}\underline{\psi}_{21}^*\} = B_1 e^{\underline{\lambda}_1 t} + B_2 e^{\underline{\lambda}_2 t} + B_3 e^{\underline{\lambda}_3 t} \quad (5.61)$$

besitzt. Die Eigenwerte sind wieder aus den Nullstellen der charakteristischen Gleichung des Systems zu bestimmen. Diese lautet:

$$\begin{aligned} \underline{\lambda}^3 + 3 \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \underline{\lambda}^2 \\ + \left(2 \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2 + 4 \left[(d_{11} d_{12} - d_{21} d_{22}) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \right) \underline{\lambda} \\ + 4 \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \left[(d_{11} d_{12} - d_{21} d_{22}) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] = 0. \end{aligned} \quad (5.62)$$

Die Nullstellen dieses Polynoms sind:

$$\underline{\lambda}_{1,2} = - \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \right] \left[1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 (d_{11} + d_{12} - 1) \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2}{\left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2}} \right] , \quad (5.63)$$

$$\underline{\lambda}_3 = - \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] . \quad (5.64)$$

Bei einem Vergleich dieser Eigenwerte mit den Eigenwerten $\underline{\lambda}_1$ und $\underline{\lambda}_2$, die das Zeitverhalten der beiden komplexen Anteile der Läuferflußverkettungen in (5.31) unter der Annahme konstanter Drehzahlen bestimmen, erkennt man, daß $\underline{\lambda}_1$ bzw. $\underline{\lambda}_2$ gleich den aus (5.35) bei Drehzahldifferenz null entnehmbaren Realteilen von $\underline{\lambda}_1$ bzw. $\underline{\lambda}_2$ sind und daß $\underline{\lambda}_3$ den Wert aufweist, den die Realteile von $\underline{\lambda}_1$ und $\underline{\lambda}_2$ in (5.35) bei der nach (5.34) maximal möglichen Drehzahldifferenz annehmen.

Aufgrund der Beziehungen zwischen $\underline{\lambda}_{1,2,3}$ und $\underline{\lambda}_{1,2}$ erhält man für die Zeitkonstanten der drei partikulären Lösungen in (5.61), die sich aus den Eigenwerten als:

$$T_{2\lambda 1,2,3} = - \frac{1}{\operatorname{Re}\{\underline{\lambda}_{1,2,3}\}} = - \frac{1}{\underline{\lambda}_{1,2,3}} \quad (5.65)$$

ergeben, aus dem für $T_{2\lambda 1}$ und $T_{2\lambda 2}$ bereits vorgenommenen Größenvergleich, daß:

$$T_{2\lambda 1} = T_{2\lambda 1\max} \gg T_{2\lambda 3} > T_{2\lambda 2} \quad (5.66)$$

ist. Wegen dieser Größenverhältnisse ist für das Abklingen der Größe $\operatorname{Re}\{\underline{\psi}_{22}\underline{\psi}_{21}^*\}$, die während der zu untersuchen-

den Übergangsvorgänge des Drehmomentes monoton abnimmt, im wesentlichen die Zeitkonstante $T_{2\Lambda 1}$ maßgebend. Für die Untersuchung des Zeitverhaltens der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge kann das Abklingen des skalaren Produktes der Läuferflußverkettungen daher näherungsweise durch eine einzige Exponentialfunktion mit der Zeitkonstante $T_{2\Lambda 1}$ ausgedrückt werden. Im homogenen Teil der Differentialgleichung (5.60) ist dann nur noch der Koeffizient bei d_{M1} zeitabhängig.

Für die weitere Analyse des Übergangsverhaltens des Drehmomentes d_{M1} wird nun vorausgesetzt, daß sich die betreffenden Vorgänge so rasch abspielen, daß die Größe $\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ demgegenüber näherungsweise als konstant angesehen werden kann.

Unter diesen Einschränkungen zeigt das Zweimaschinensystem hinsichtlich der Drehmomente das Verhalten eines zeitinvarianten Systems zweiter Ordnung. Das Übergangsverhalten eines solchen Systems kommt bekanntlich direkt durch die Nullstellen seiner charakteristischen Gleichung zum Ausdruck.

Wenn man zuvor die Konstante K:

$$K = \frac{\left(\frac{x_h}{\sigma X_1 X_2}\right)_1 \left(\frac{x_h}{\sigma X_1 X_2}\right)_2}{\left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_1 + \left(\frac{1}{\sigma X_1}\right)_2} \operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\} \quad (5.67)$$

eingführt, erhält man aus (5.60) als charakteristische Gleichung in $\underline{\zeta}$:

$$\underline{\zeta}^2 + \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2}\right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2}\right)_2 \right] \underline{\zeta} + K \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right] = 0 \quad (5.68)$$

Ihre Nullstellen sind:

$$\underline{s}_{1,2} = -\frac{1}{2} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right] \pm j \sqrt{K \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right] - \frac{1}{4} \left[d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2 \right]^2} . \quad (5.69)$$

Man erkennt bereits an dieser Abhängigkeit der Eigenwerte des Systems von den Parametern beider Maschinen, daß die Übergangsvorgänge der Drehmomente sowohl aperiodisch als auch überschwingend verlaufen können. Als Kenngröße für das Übergangsverhalten eines Systems zweiter Ordnung wird häufig die Dämpfung herangezogen.

Man erhält aus (5.69) für den Dämpfungsgrad D:

$$D = \frac{1}{2} \frac{d_{11} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 + d_{12} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_2}{\sqrt{K \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right]}} . \quad (5.70)$$

Daraus folgt, wenn man die Läuferzeitkonstanten der Maschinen einführt:

$$D = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{\frac{1}{K} \frac{T_{A1} T_{A2}}{T_{A1} + T_{A2}}}}{\frac{T_{21} T_{22}}{d_{11} T_{22} + d_{12} T_{21}}} . \quad (5.71)$$

Für $D < 1$ verlaufen die Übergangsvorgänge der Drehmomente nach dem Abschalten in Form von gedämpften Schwingungen.

Man ersieht aus (5.60), daß die Drehmomente im eingeschwungenen Zustand die Werte $\tilde{d}_{M1}$ bzw. $\tilde{d}_{M2}$ nach (5.52) annehmen.

Wenn man in (5.70) für den Zählerausdruck den Term $1/T_{2\Delta 3}$ substituiert, so daß:

$$D = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{T_{2\Delta 3}}}{\sqrt{K \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right]}} \quad (5.72)$$

ist, wird deutlich, daß $D < 1$ ist, wenn die Summe der reziproken Werte der Anlaufzeitkonstanten eine bestimmte Größe im Verhältnis zu dem Kehrwert der Zeitkonstante $T_{2\Delta 3}$ überschreitet.

Als Eigenfrequenz Ω_E der Einschwingvorgänge im Falle $D < 1$ ergibt sich aus (5.69):

$$\Omega_E = \sqrt{K \left[\frac{1}{T_{A1}} + \frac{1}{T_{A2}} \right] - \frac{1}{4} \left[\frac{1}{T_{2\Delta 3}} \right]^2} \quad (5.73)$$

Die Eigenfrequenz ist, wie zu erwarten war, umso größer, je kleiner die Anlaufzeitkonstanten beider Antriebe sind. Die Einschwingvorgänge werden für $D < 1$ mit der Zeitkonstante $T_{2\Delta 3}$ gedämpft. Da diese nach (5.66) wesentlich kleiner als $T_{2\Delta 1}$ ist, erfüllen die Einschwingvorgänge für $D < 1$ somit recht gut die eingangs getroffene Voraussetzung, daß die Größe $\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ gegenüber diesen Vorgängen als konstant angesehen werden kann.

Für stark aperiodisch verlaufende Übergangsvorgänge, d.h. für $D \gg 1$ ist die Annahme, daß das System für die elektromechanischen Vorgänge als zeitinvariant betrachtet werden kann, jedoch unter Umständen nicht mehr gegeben.

In den Fällen, in denen die starke Aperiodizität durch sehr große Anlaufzeitkonstanten beider Antriebe bedingt ist, ist zu prüfen, ob das Übergangsverhalten der Ausgleichsvorgänge wieder näherungsweise unter der Annahme konstanter Drehzahlen zu untersuchen ist.

Unter der schon zuvor benutzten Voraussetzung sehr kleiner Drehzahldifferenzen wird das Übergangsverhalten der Drehmomente unter der Annahme konstanter Drehzahlen allein durch Gleichung (5.57) beschrieben, wobei für $\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ der Zeitverlauf nach (5.61) einzusetzen ist. In diesem Fall gehen die Drehmomente demnach exponentiell mit der Zeitkonstante $T_{2\Delta 3}$ auf den von $\operatorname{Re}\{\psi_{22}\psi_{21}^*\}$ bestimmten Zeitverlauf über.

Zum Abschluß der Untersuchung des Übergangsverhaltens von zwei parallelen Maschinen bei Spannungsunterbrechung ist durch diese letzten Ergebnisse wieder der inhaltliche Zusammenhang mit dem zuerst betrachteten Verhalten der Maschinen bei konstanten Drehzahlen hergestellt.

5.4 Übergangsverhalten von Motorengruppen mit mehr als zwei parallelen Motoren

Um die Vorgänge, die sich während einer Spannungsunterbrechung in einer Gruppe mit beliebig vielen parallelen Motoren abspielen, näherungsweise zu beschreiben, stehen die in Abschnitt 5.1 zusammengestellten Gleichungen (5.1) bis (5.7) zur Verfügung.

Aus diesen Gleichungen wird deutlich, daß die Ausgleichsvorgänge in einer bestimmten Maschine im Unterschied zu dem Verhalten zweier Maschinen jetzt aus den Wechselwirkungen mit mehreren anderen Maschinen entstehen können. So können der Ständerstrom und das Drehmoment jeder Maschine in verschiedene Anteile zerlegt werden, die von den Ausgleichsvorgängen zwischen ihr und jeder der übrigen Maschinen herrühren. Für die Ausgleichsvorgänge zwischen zwei Maschinen gelten dann dieselben spezifischen Eigenschaften, die zuvor am Beispiel von Zweimotorengruppen erläutert wurden. Um das daraus resultierende Verhalten zu veranschaulichen, sind in den Bildern 5.26 und 5.27 die Zeitverläufe einer Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW-, einer 4,0 MW- und einer 2,5 MW - Maschine

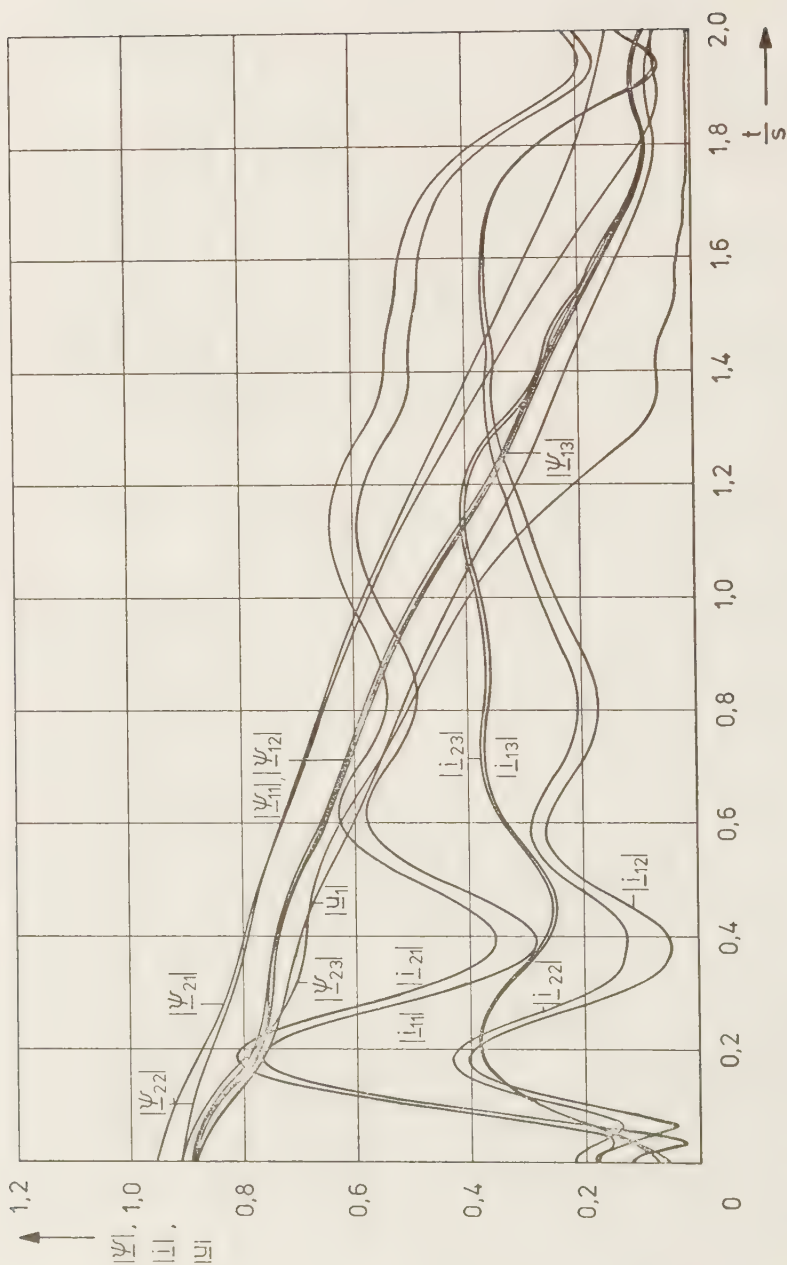


Bild 5.26 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW- (Index 1), einer 4,0 MW- (Index 2) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 3)

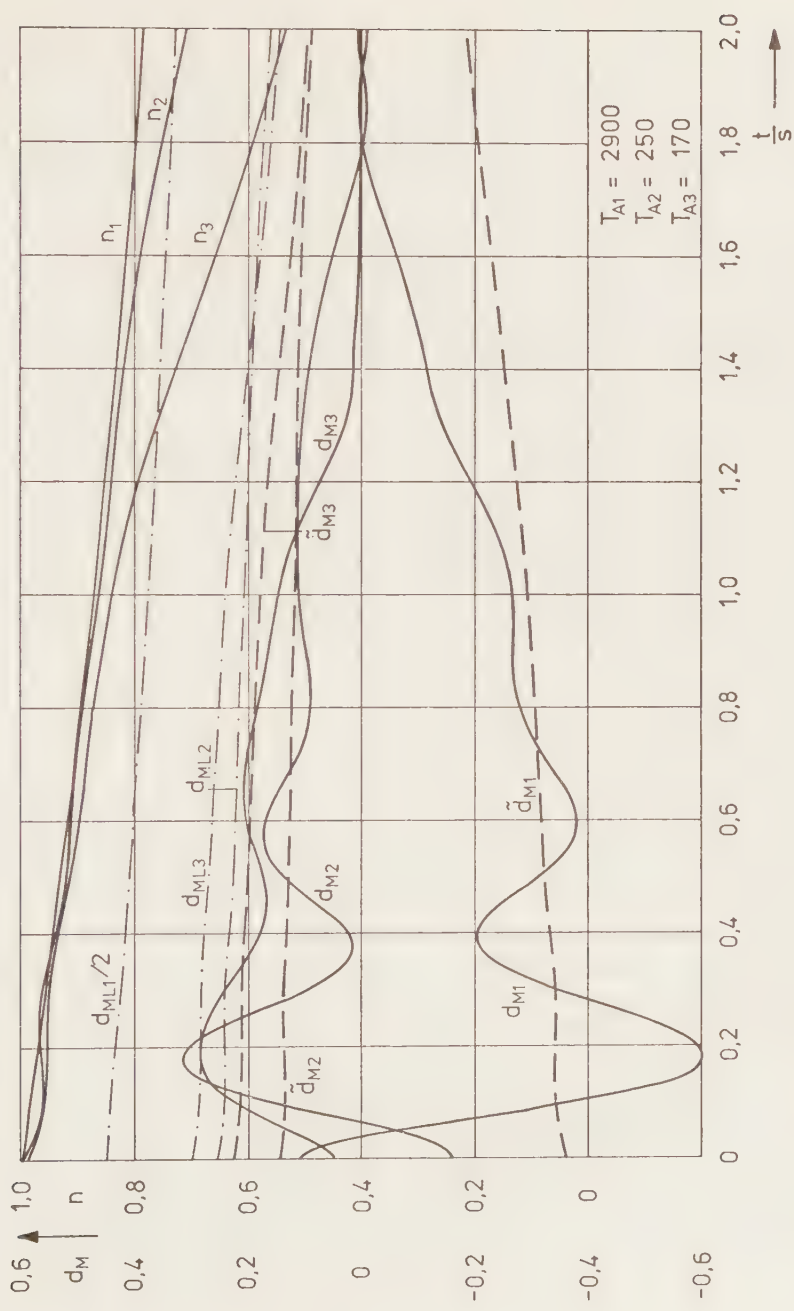


Bild 5.27 Spannungsunterbrechung an einer 7,3 MW- (Index 1), einer 4,0 MW- (Index 2) und einer 2,5 MW-Maschine (Index 3)

dargestellt, die mit drehzahlabhängigen Momenten belastet waren, deren Werte während der Unterbrechungszeit in Bild 5.27 mit eingezeichnet sind. Am Anfang der Spannungsunterbrechung sind in Bild 5.27 wieder die Einschwingvorgänge zu beobachten, in deren Verlauf die Ausgleichsmomente von ihren Anfangswerten auf die von den Quotienten $\bar{d}_{MLv}/T_{Av}$ aller Maschinen bestimmten Werte übergehen. Auch in diesem Fall spielen sich die Übergangsvorgänge der Drehmomente in Form gedämpfter Schwingungen, die bei jeder Maschine andere Periodendauern aufweisen, um die Werte $\bar{d}_{Mv}$ ab.

Für die theoretischen Werte $\bar{d}_{Mv}$, welche die Ausgleichsmomente annehmen müßten, damit die Drehzahlen der Maschinen genau gleich schnell absinken würden, erhält man aus den Bewegungsgleichungen unter der Annahme gleicher Differentialquotienten dn_v/dt für N Maschinen:

$$\bar{d}_{Mv} = \frac{\sum_{\mu=1}^N [T_{Av} \bar{d}_{MLv} - T_{Av} \bar{d}_{ML\mu}]}{\sum_{\mu=1}^N T_{A\mu}}, \quad v = 1, 2, \dots, N. \quad (5.74)$$

Die $\bar{d}_{Mv}$ sind ebenso wie die Lastmomente im allgemeinen drehzahlabhängig und damit auch zeitlich nicht konstant. Ihre Zeitverläufe sind im vorliegenden Fall in Bild 5.27 mit eingezeichnet.

Während des ersten Zeitabschnittes nach dem Abschalten, in dem in den Maschinen noch die erforderlichen Ausgleichsmomente gebildet werden können, nehmen alle Drehzahlen im Mittel annähernd gleich schnell ab, da die unterschiedlichen bremsenden Wirkungen der Arbeitsmaschinen auf alle drei Läufer etwa gleichmäßig verteilt werden.

Einen Anhaltswert für die mittlere, gemeinsame Drehzahlabnahme erhält man aus den Bewegungsgleichungen unter der Annahme, daß alle $\bar{d}_{Mv} = \bar{d}_{Mv}$ sind:

$$\frac{dn_v}{dt} = - \frac{\sum_{l=1}^N d_{MLl}}{\sum_{l=1}^N T_{Al}} , \quad l = 1, 2, \dots, N . \quad (5.75)$$

Die mittlere Drehzahlabnahme entspricht demjenigen Wert, der sich ergeben würde, wenn die Summe aller Lastmomente auf eine einzige Schwungmasse wirken würde, deren Trägheitsmoment gleich der Summe aller Trägheitsmomente ist.

Aus der Tatsache, daß die Drehmomentanteile zweier Maschinen, die von dem zwischen ihnen fließenden Ausgleichsstrom herrühren, von der Winkeldifferenz ihrer Läuferflußverkettungen abhängen, ergibt sich, daß die Ausgleichsvorgänge zwischen den verschiedenen Maschinen zu unterschiedlichen Zeitpunkten kippen können. Im vorliegenden Fall ist zu beobachten, daß zuerst Motor 3 außer Tritt fällt und asynchron gegenüber den beiden anderen weiterläuft.

Abschließend wird noch der häufig vorkommende Fall betrachtet, daß an der gemeinsamen Sammelschiene neben anderen auch mehrere völlig gleichartige Motoren angeschlossen sind, die außerdem noch gleich belastet sind, so daß zwischen ihnen während der Spannungsunterbrechung keine Ausgleichsströme auftreten.

Die Auswirkungen eines mehrfach vorhandenen Motor-Typs auf das Übergangsverhalten der gesamten Gruppe sind wieder am besten an einer Gruppe zu übersehen, in der sich außer diesen Motoren nur noch eine weitere Maschine befindet. Man erhält das Gleichungssystem für eine solche Gruppe, in der M Maschinen völlig gleich sind, aus den Gleichungen (5.1) und (5.2), wenn man den Einfluß der Ständerwiderstände vernachlässigt. Es lautet:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{21}}{dt} = & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \psi_{21} - j(1-n_1) \psi_{21} \\ & - \frac{1}{1 + \frac{1}{M} \frac{(\sigma X_1)_\mu}{(\sigma X_1)_1}} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_1 \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_1 \left[\psi_{21} - \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_1 \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_1 \psi_{2\mu} \right], \end{aligned} \quad (5.76)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{2\mu}}{dt} = & - \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu \psi_{2\mu} - j(1-n_\mu) \psi_{2\mu} \\ & - \frac{1}{1 + M \frac{(\sigma X_1)_1}{(\sigma X_1)_\mu}} \left(\frac{R_2}{X_2} \right)_\mu \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} \right)_\mu \left[\psi_{2\mu} - \left(\frac{X_h}{X_2} \right)_1 \left(\frac{X_2}{X_h} \right)_\mu \psi_{21} \right], \end{aligned} \quad (5.77)$$

$$\frac{dn_1}{dt} = \frac{1}{T_{A1}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_\mu \frac{M}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_1 + M \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} \operatorname{Im} \{ \psi_{2\mu} \psi_{21}^* \} - d_{ML1} \right], \quad (5.78)$$

$$\frac{dn_\mu}{dt} = \frac{1}{T_{A\mu}} \left[\left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_1 \left(\frac{X_h}{\sigma X_1 X_2} \right)_\mu \frac{1}{\left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_1 + M \left(\frac{1}{\sigma X_1} \right)_\mu} \operatorname{Im} \{ \psi_{21} \psi_{2\mu}^* \} - d_{ML\mu} \right], \quad (5.79)$$

$$\mu = 1, 2, \dots, M;$$

$$M = N-1.$$

Aus diesem Gleichungssystem ist bereits qualitativ abzulesen, in welcher Weise sich das Vorhandensein mehrerer gleicher Maschinen auswirkt.

Wenn in der einfach vorhandenen Maschine ein Ständerstrom auftritt, so teilt dieser sich zu gleichen Teilen auf die mehrfach vorhandenen Maschinen auf, so daß die Auswirkungen des Ausgleichsstromes bei diesen Maschinen geringer sind.

Da die M-fach vorhandenen Maschinen zusammen im Betrag das gleiche Drehmoment aufbringen wie die einzelne Maschine, wirken sie gegenüber dieser wie eine Maschine mit dem M-fachen ihres gesamten Rotorträgheitsmomentes. Bei der Berechnung von Spannungsunterbrechungen kann ein M-fach vorhandener Motor-Typ deshalb durch einen einzigen Motor mit der M-fachen Anlaufzeitkonstante berücksichtigt werden, wenn als dessen elektrische Parameter die $1/M$ -fachen Werte der Parameter des M-fach vorhandenen Motor-Typs eingesetzt werden. Durch diese Vorgehensweise ist eine Möglichkeit geboten, um den Aufwand für die Simulation umfangreicherer Motorengruppen erheblich zu reduzieren.

5.5 Zusammenfassende Bemerkungen

Zum Abschluß der Untersuchung des Verhaltens von parallelgeschalteten Asynchronmotoren bei Spannungsunterbrechungen seien hier einige der wesentlichen Erkenntnisse nochmals zusammengefaßt.

Für eine näherungsweise Berechnung der Vorgänge während einer Spannungsunterbrechung kann der Einfluß der Ständerwiderstände vernachlässigt werden. In diesem Fall ist es zweckmäßig, als Zustandsvariable außer den Drehzahlen die Läuferflußverkettungen der Maschinen zu verwenden. Da diese sich während des Abschaltvorganges wegen der großen Läuferzeitkonstanten nur unwesentlich ändern, kann dann auf die Berücksichtigung des Abschaltvorganges verzichtet werden.

Zwischen den Motoren einer Gruppe können während einer Spannungsunterbrechung Ausgleichsströme auftreten, wenn die in den Ständerwicklungen der Maschinen induzierten Spannungen voneinander verschieden sind. Als Ursache hierfür kommen Unterschiede der elektrischen Parameter der Maschinen, unterschiedliche Beträge oder Phasenlagen der Läuferflußverkettungen oder voneinander abweichende Drehzahlen in Frage.

Wenn zwischen zwei parallelgeschalteten Maschinen ein Ausgleichsstrom zum Fließen kommt, so wirkt dieser sich zum einen auf das Abklingen der Läuferflußverkettungen, d.h. auf das Abklingen der Restfelder aus. Zum anderen kann dieser Ausgleichsstrom bei beiden Maschinen zur Entwicklung gegensinnig gerichteter Drehmomente führen, wenn er durch eine Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen hervorgerufen wird.

Wenn man von den Einflüssen absieht, welche die Parameter der Maschinen und die Anfangswerte auf die Übergangsvorgänge während einer Spannungsunterbrechung ausüben, dann werden die Ausgleichsvorgänge zwischen zwei Maschinen nur von der Differenz ihrer Drehzahlen beeinflusst. Die absoluten Werte der Drehzahlen besitzen weder einen Einfluß auf das Abklingen der Flußverkettungen noch auf den Betrag des Ausgleichsstromes, der zwischen diesen Maschinen fließt. Von den Drehzahlen selbst werden nur die Beträge und die Frequenzen der induzierten Spannungen mitbestimmt.

Die Drehzahlen der Maschinen werden von außen durch ihre Arbeitsmaschinen beeinflusst. Auf die Läufer von Maschinen, die durch die alleinige Wirkung der Lastmomente ihrer Arbeitsmaschinen verschieden schnell abgebremst würden, werden ausgleichende elektromagnetische Drehmomente ausgeübt, da das Vorhandensein einer Drehzahldifferenz eine Winkeldifferenz der Läuferflußverkettungen hervorruft. Im allgemeinen nehmen die Drehmomente nach einem Übergangsvorgang am Anfang der Spannungsunterbrechung solche Beträge und solche Vorzeichen an, daß die Läufer der Maschinen eine bestimmte Zeit lang annähernd gleich schnell abgebremst werden, bis die dafür erforderlichen Drehmomente nicht mehr aufgebracht werden, da die Flußverkettungen zu weit abgesunken sind.

Im zeitlichen Ablauf von Spannungsunterbrechungen, bei denen die beteiligten Motoren durch ihre Arbeitsmaschinen unterschiedlich abgebremst werden, können deshalb zwei Zeitabschnitte unterschieden werden, in denen die Raumzeiger der Läuferflußverkettungen zunächst noch synchron miteinander und schließlich je nach der Dauer der Unterbrechung asynchron gegeneinander umlaufen.

Bei nur zwei parallelgeschalteten Motoren kann das Übergangsverhalten der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge, die sich am Anfang einer Spannungsunterbrechung zwischen den Maschinen abspielen, bei kleinen Drehzahldifferenzen und kleinen Drehmomentbeträgen näherungsweise durch das Verhalten eines linearen Systems zweiter Ordnung beschrieben werden. Der Charakter der Übergangsverläufe hängt dabei von den Relationen zwischen den Läuferzeitkonstanten und den Anlaufzeitkonstanten der Antriebe ab.

6. Transientes Verhalten von Asynchronmotoren beim Wiedereinschalten mit Restfeld

Unmittelbar nach dem Wiedereinschalten eines Asynchronmotors treten bei einer Netzumschaltung während der ersten paar Netzperioden elektromagnetische Einschwingvorgänge auf, bei denen die Beträge des Ständerstromes und des Drehmomentes unter Umständen sehr hohe Werte erreichen können.

Die rein elektromagnetischen Übergangsvorgänge sind im allgemeinen zeitlich deutlich von dem anschließenden Wiederhochlaufvorgang zu unterscheiden.

Da sich die Drehzahl der Maschine während der transienten Vorgänge wegen ihrer kurzen Zeitdauer nur wenig ändert, ist der zeitliche Verlauf der Einschwingvorgänge im wesentlichen durch den Anfangszustand der Maschine im Einschaltaugenblick bestimmt.

Im vorliegenden Abschnitt werden speziell die Zusammenhänge untersucht, die zwischen dem Anfangszustand eines Motors im Schaltaugenblick und den daraus resultierenden Spitzenwerten des Ständerstrombetrages und des Drehmomentes während der transienten Einschwingvorgänge bestehen. Um einen qualitativen Einblick in diese Zusammenhänge zu vermitteln, werden die transienten Vorgänge zunächst näherungsweise berechnet. Diese Berechnung dient gleichzeitig als Grundlage für ein Verfahren, um die genannten Spitzenwerte als Funktion der Anfangswerte abzuschätzen.

Daneben werden die Resultate der digitalen Simulation einer Vielzahl von Wiedereinschaltvorgängen aufgezeigt, bei denen die Anfangswerte systematisch vorgegeben wurden. Im Unterschied zu /34/ wurden die Anfangswerte der Zustandsgrößen losgelöst von einer vorausgegangenen Spannungsunterbrechung variiert, wobei auch ein bei parallelen Motoren im Einschaltaugenblick eventuell vorhandener Ständerstrom berücksichtigt wurde.

6.1 Voraussetzungen

Zur Untersuchung der transienten Übergangsvorgänge nach dem Wiedereinschalten wird angenommen, daß die Spannung des Netzes, auf das die Motoren zugeschaltet werden, ihren Nennwert besitzt und starr ist, so daß die Einschwingvorgänge bei den Motoren einer Gruppe voneinander völlig entkoppelt sind. Sie können deshalb am Beispiel eines einzelnen Motors für jeden der parallelen Motoren getrennt untersucht werden.

Eine Indizierung zur Kennzeichnung der Motoren kann daher entfallen.

Bei den anschließend betrachteten Schaltvorgängen wird vorausgesetzt, daß das Schließen der Schaltkontakte in allen drei Ständerzuleitungen absolut gleichzeitig erfolgt.

6.2 Berücksichtigung der Eisensättigung

Es ist bekannt, daß sich die magnetische Sättigung des Eisens und hierbei insbesondere die Sättigungserscheinung in den Streuwegen während der Vorgänge nach dem Wiedereinschalten von Asynchronmotoren spürbar auf die Größe der transienten Ströme und Drehmomente auswirken kann. Der Einfluß der Eisensättigung kann daher bei der beabsichtigten Untersuchung der Wiedereinschaltvorgänge nicht ohne weiteres außer acht gelassen werden.

Im Rahmen des für diese Arbeit ausgewählten Maschinenmodells, in welchem die elektromagnetische Wirkung der Felder in der Maschine durch konzentrierte Elemente nachgebildet wird, kann der Einfluß der Eisensättigung sicherlich nur näherungsweise wiedergegeben werden, da hierbei eine genaue Erfassung der momentanen räumlichen Feldverteilung nicht möglich ist.

Bereits vorliegende Arbeiten, z.B. /7/, /38/ und /39/ stimmen darin überein, daß der Sättigungseinfluß im Zweiachsenmodell der Maschine näherungsweise zu berücksichtigen ist, indem die Reaktanzen, die die Wirkungen der entsprechenden Felder zum Ausdruck bringen, als Ab-

hängige der Ströme, die diese Felder hervorrufen, angesehen werden. Legt man dabei die bewährte Vorstellung zugrunde, daß sowohl der mit der Ständer- als auch der mit der Läuferwicklung verkettete Fluß in einen beiden Wicklungen gemeinsamen Haupt- und jeweils einen Streuflußanteil aufgeteilt werden kann, so kann zur weiteren Vereinfachung angenommen werden, daß Haupt- und Streufeldsättigung voneinander unabhängig sind.

In der vorliegenden Arbeit wird der Einfluß der Hauptfeldsättigung auf die Zeitverläufe des Ständerstrombetrages und des Drehmomentes vernachlässigt, da er gegenüber der Auswirkung der Streuungssättigung von untergeordneter Bedeutung sein dürfte. Um die Sättigung der Streuwege zu erfassen, wird ein z.B. auch in /7/ angewandtes Verfahren aufgegriffen. Die Sättigung sowohl der Ständer- als auch der Läuferstreuwege wird als Resultat einer Betrachtung des Sättigungseinflusses auf die einzelnen Streuflußanteile wie Nutstreuung, Stirnstreuung und doppeltverkettete Streuung durch eine kennlinienhafte Abhängigkeit der Streureaktanzen beider Wicklungen von den Beträgen der Stromraumzeiger zum Ausdruck gebracht.

Da der Quotient aus Ständer- und Läuferstrombetrag bei den zu untersuchenden Einschaltvorgängen nur wenig von eins abweicht, soll vereinfacht auch die Läuferstreuung als vom Ständerstrom abhängig angesehen werden, so daß:

$$X_{1\sigma} = X_{1\sigma}(|\underline{i}_1|) \quad , \quad X_{2\sigma} = X_{2\sigma}(|\underline{i}_1|) \quad (6.1)$$

gilt, wobei die Funktionale vereinfachend ebenfalls mit $X_{1\sigma}$ bzw. $X_{2\sigma}$ bezeichnet werden.

Beide Kennlinien können, sofern die dafür notwendigen konstruktiven Details bekannt sind, aus der Geometrie des Aufbaues und den Wicklungsdaten wie in /39/ berechnet werden. Daneben besteht die Möglichkeit, beide Funktionen aus der gemessenen Kurzschlußkennlinie der Maschine zu ermitteln, wenn die Aufteilung der Kurzschlußreaktanz in Ständer- und Läuferstreuanteil bekannt ist.

In den Differentialgleichungssystemen der parallelgeschalteten Asynchronmaschinen, die in Abschnitt 3 unter der Annahme konstanter Streureaktanzen aufgestellt wurden, können anstelle der Konstantwerte direkt die Funktionen $X_{1\sigma}(|\underline{i}_1|)$ und $X_{2\sigma}(|\underline{i}_1|)$ gesetzt werden, ohne daß zusätzliche Terme erforderlich werden, da die Flußverkettungen in diesen Gleichungen als Variable verwendet werden. Würden statt der Flußverkettungen die Ströme als Zustandsvariable in den Stator- und Rotorspannungsgleichungen auftreten, so müßte, wie in /38/ gezeigt wird, der Beitrag der differentiellen Änderung der Streureaktanzen bei der Spannungsbildung durch entsprechende Funktionen berücksichtigt werden.

Die Streufeldsättigung wird in der genannten Weise durch Funktion $X_{1\sigma}(|\underline{i}_1|)$ und $X_{2\sigma}(|\underline{i}_1|)$ nur bei der digitalen Simulation der Wiedereinschaltvorgänge wiedergegeben. Bei der im folgenden Abschnitt durchgeführten Berechnung der qualitativen Zusammenhänge zwischen den Anfangswerten und den elektromagnetischen Übergangsvorgängen werden für die stromabhängigen Streureaktanzen deren Werte bei vollgesättigten Streuwegen eingesetzt.

6.3 Näherungsweise analytische Berechnung der transienten elektromagnetischen Übergangsvorgänge nach dem Wiedereinschalten

Für die Berechnung der Übergangsvorgänge wird vorausgesetzt, daß die Drehzahl des betrachteten Motors während des kurzen Zeitabschnittes von einigen Netzperioden nach dem Wiedereinschalten, in welchem die Beträge des Ständerstromes und des Drehmomentes ihre Maximalwerte erreichen, als konstant angesehen werden kann. Diese Voraussetzung wird vor allem von großen Antrieben in der Regel mit hinreichender Näherung erfüllt.

Um die Zeitverläufe des Ständerstromes und des Drehmomentes zu ermitteln, werden die komplexen Differentialgleichungen der Asynchronmaschine im mit synchroner Dreh-

zahl rotierenden α, β - System formuliert, in dessen reelle Achse wieder der Raumzeiger des Netzspannungssystems gelegt wird.

Als Zustandsvariable werden für die näherungsweise Berechnung nicht wie bisher die Ständer- und die Läuferflußverkettung sowie die Drehzahl gewählt, sondern die Ständerflußverkettung, der Ständerstrom und der Schlupf s , wobei $s = 1-n$ ist. Die Verwendung des Ständerstromes anstelle der Läuferflußverkettung bietet den Vorteil, daß der Einfluß eines von null verschiedenen Stromanfangswertes leichter zu übersehen ist.

Das Gleichungssystem für diese Größen erhält man nach einer einfachen Umformung aus (3.2) bis (3.6). Es lautet:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \underline{U}_1 - R_1 \underline{i}_1 - j\psi_1 \quad , \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{i}_1}{dt} = & \frac{\underline{U}_1}{\sigma X_1} - \left[\frac{R_1}{\sigma X_1} + \frac{R_2}{\sigma X_2} \right] \underline{i}_1 - js\underline{i}_1 \\ & + \frac{1}{\sigma X_1} \left[\frac{R_2}{X_2} + j(s-1) \right] \psi_1 \quad , \end{aligned} \quad (6.3)$$

wobei $s = \text{const.}$ ist.

Der Zustand der Maschine im Zeitpunkt der Kontaktgabe, der im folgenden zur Vereinfachung wieder mit $t = 0$ bezeichnet wird, wird durch ein entsprechendes Tripel von Anfangswerten, nämlich $\psi_1(0)$, $\underline{i}_1(0)$ und s gekennzeichnet.

Da die Lösungsfunktionen dieser Gleichungen nur für eine Abschätzung der Spitzenwerte von Ständerstrom- und Drehmomentbetrag dienen sollen, wird der Einfluß des Ständerwiderstandes vernachlässigt, so daß aus (6.2) und (6.3) folgt:

$$\frac{d\psi_1}{dt} = \underline{U}_1 - j\psi_1 \quad , \quad (6.4)$$

$$\frac{d\underline{i}_1}{dt} = \frac{\underline{U}_1}{\sigma X_1} - \frac{R_2}{\sigma X_2} \underline{i}_1 - js\underline{i}_1 + \frac{1}{\sigma X_1} \left[\frac{R_2}{X_2} + j(s-1) \right] \psi_1 \quad . \quad (6.5)$$

Mit elementaren Methoden der Analysis erhält man zunächst als Lösung für (6.4):

$$\underline{\psi}_1(t) = -j\underline{U}_1 + (\underline{\psi}_1(0) + j\underline{U}_1)e^{-jt} \quad (6.6)$$

Indem man diese Zeitfunktion in (6.5) einsetzt und einen geeigneten Ansatz durchführt, gewinnt man als Lösung für $\underline{i}_1(t)$:

$$\begin{aligned} \underline{i}_1(t) = & -j \frac{\underline{U}_1}{\sigma X_1} \frac{\frac{R_2}{X_2} + js}{\frac{R_2}{\sigma X_2} + js} \left[1 - e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-jst} \right] \\ & + \underline{i}_1(0) e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-jst} \\ & + (\underline{\psi}_1(0) + j\underline{U}_1) \frac{1}{\sigma X_1} \frac{\frac{R_2}{X_2} + j(s-1)}{\frac{R_2}{\sigma X_2} + j(s-1)} \left[e^{-jt} - e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-jst} \right]. \end{aligned} \quad (6.7)$$

Um die Zeitfunktionen für $\underline{\psi}_1(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ übersichtlicher darzustellen, werden diese Größen noch in folgender Weise aufgespalten:

$$\underline{\psi}_1(t) = \underline{\psi}_{1S} + \Delta \underline{\psi}_1(t) \quad , \quad (6.8)$$

$$\underline{i}_1(t) = \underline{i}_{1S} + \Delta \underline{i}_1(t) \quad , \quad t \geq 0 \quad (6.9)$$

Die Terme $\Delta \underline{\psi}_1(t)$ und $\Delta \underline{i}_1(t)$ stellen die eigentlichen transienten Anteile der Raumzeiger $\underline{\psi}_1$ und $\underline{i}_1$ dar, während $\underline{\psi}_{1S}$ und $\underline{i}_{1S}$ diejenigen Werte dieser Größen kennzeichnen, die diese nach dem Abklingen aller Übergangsvorgänge bei dem im Einschaltaugenblick vorhandenen Schlupf s aufweisen würden:

$$\underline{\psi}_{1S} = -j\underline{U}_1 \quad , \quad (6.10)$$

$$\underline{I}_{1S} = -j \frac{1}{\sigma X_1} \frac{\frac{R_2}{X_2} + js}{\frac{R_2}{\sigma X_2} + js} \underline{U}_1 = \underline{I}_{1S}(s) \quad . \quad (6.11)$$

Die Ortskurve $\underline{I}_{1S} = \underline{I}_{1S}(s)$ entspricht dem Heylandkreis, wobei allerdings die gesättigten Werte der Reaktanzen einzusetzen sind. Als weitere Abkürzung wird außerdem die komplexe Konstante:

$$\underline{k} = \frac{1}{\sigma X_1} \frac{\frac{R_2}{X_2} + j(s-1)}{\frac{R_2}{\sigma X_2} + j(s-1)} = \frac{1}{\underline{\psi}_{1S}} \underline{I}_{1S}(s-1) \quad (6.12)$$

eingeführt.

Damit lauten die Lösungsfunktionen:

$$\underline{\psi}_1(t) = \underline{\psi}_{1S} + \Delta \underline{\psi}_1(0) e^{-jt} \quad , \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} \underline{i}_1(t) = \underline{I}_{1S} + (\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)) e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-jst} \\ + \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0) e^{-jt} \quad . \end{aligned} \quad (6.14)$$

Sie beschreiben die komplexen Zeitverläufe $\underline{\psi}_1(t)$ und $\underline{i}_1(t)$ im α, β - System als Funktion der Anfangswerte $\Delta \underline{\psi}_1(0)$, $\Delta \underline{i}_1(0)$ und s . Bei dieser Darstellung der Übergangsfunktionen kommt besonders deutlich zum Ausdruck, daß die transienten Anteile der Ständerflußverkettung und des Ständerstromes, die durch den Schaltvorgang hervorgerufen werden, von den Differenzen zwischen den Anfangswerten und den theoretischen Endwerten abhängen.

Im Zeitverlauf der Ständerflußverkettung tritt bezogen auf das wicklungsachsenfeste Koordinatensystem außer dem netz-

frequenten Anteil ein Gleichfluß auf, der wegen der Vernachlässigung des Ständerwiderstandes nicht abklingt.

Der Zeitverlauf des Ständerstromes weist neben dem netzfrequenten Anteil, der im α, β - System durch $\underline{i}_s$ zum Ausdruck kommt, zwei transiente Anteile auf.

Der Term

$$\underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0) e^{-j\omega t}$$

beschreibt im α, β - System den durch den Gleichanteil der Ständerflußverkettung bedingten Gleichanteil im Ständerstrom, wobei der Faktor $\underline{k}$ den Einfluß der Ankerückwirkung wiedergibt. Der durch das Gleichstromglied des im Läufer fließenden Stromes hervorgerufene drehzahlfrequente Anteil des Stromes in den Ständerwicklungen wird im α, β - System durch

$$(\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)) e^{-\frac{R_2}{\omega X_2} t} e^{-j\omega t}$$

repräsentiert.

Den Zeitverlauf des elektromagnetisch entwickelten Drehmomentes erhält man aus dem Vektorprodukt der Raumzeiger $\underline{\psi}_1$ und $\underline{i}_1$, d.h. es ist:

$$d_M(t) = \text{Im}\{\underline{i}_1(t) \cdot \underline{\psi}_1^*(t)\} = - \text{Im}\{\underline{\psi}_1(t) \cdot \underline{i}_1^*(t)\}.$$

Daraus folgt mit (6.13) und (6.14):

$$\begin{aligned}
 d_M(t) = & \operatorname{Im}\{\underline{I}_1 \underline{\Psi}_1^*\} \\
 & + \operatorname{Im}\{(\underline{k} \Delta \underline{\Psi}_1(0) e^{-j t}) (\Delta \underline{\Psi}_1(0) e^{-j t})^*\} \\
 & + \operatorname{Im}\{\underline{I}_1^* \Delta \underline{\Psi}_1(0) e^{-j t} + \underline{\Psi}_1^* \underline{k} \Delta \underline{\Psi}_1(0) e^{-j t}\} \\
 & + \operatorname{Im}\{(\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\Psi}_1(0)) \underline{\Psi}_1^* e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-j s t}\} \\
 & + \operatorname{Im}\{(\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\Psi}_1(0)) (\Delta \underline{\Psi}_1(0) e^{-j t})^* e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-j s t}\}.
 \end{aligned}
 \tag{6.15}$$

Im Zeitverlauf des Drehmomentes sind nach dieser Darstellung vier verschiedenfrequente Anteile zu unterscheiden.

Neben dem stationären Drehmoment, das sich bei dem vorhandenen Schlupf nach dem Abklingen aller Übergangsvorgänge einstellen würde, und dem transienten Drehmomentgleichanteil treten noch ein netzfrequenter, ein schlupffrequenter und ein drehzahlfrequenter Anteil auf, die aus dem Zusammenwirken der verschiedenen Anteile in Ständerstrom und Ständerfluß resultieren.

6.4 Abhängigkeit der Spitzenwerte des Ständerstrom- und des Drehmomentbetrages von den Anfangswerten

Der gesamte Zeitverlauf des komplexen Ständerstromraumzeigers im α, β - System setzt sich aus drei zeitpunktweise geometrisch zu addierenden Anteilen zusammen, die im allgemeinen mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten rotieren. Es ist daher praktisch unmöglich, den genauen Spitzenwert des Ständerstrombetrages, der sich beim Wiedereinschalten ergibt, als Funktion der Anfangswerte in geschlossener Form anzugeben. Ähnliches gilt für den Zeitverlauf des Drehmomentes und den Spitzenwert des Drehmomentbetrages.

Aus diesem Grunde wurden die Zeitverläufe der Beträge von Ständerstrom und Drehmoment bei zahlreichen Wiedereinschaltvorgängen digital berechnet. Um die Abhängigkeit der dabei auftretenden Spitzenwerte vom Anfangszustand der Maschine im Einschaltaugenblick zu untersuchen, wurden die Anfangswerte der Zustandsvariablen systematisch variiert. Die innerhalb von fünf Netzperioden nach dem Schaltvorgang aufgetretenen Spitzenwerte wurden jeweils zusammen mit den zugehörigen Anfangswerten festgehalten.

Als Objekt der Simulationen wurde der 7,3 MW - Motor verwendet, für den eine Abhängigkeit der Streureaktanzen vom Ständerstrombetrag zugrunde gelegt wurde, wie sie in Bild A 1.1 des Anhanges dargestellt ist. Das Lastmoment des Motors wurde zur Untersuchung der transienten Vorgänge zu null gesetzt.

Die Bilder 6.1 bis 6.6 zeigen die Strombetragsspitzenwerte $\max\{|\underline{i}_1(t)|\}$ als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$. Bei der Darstellung der Ergebnisse ist der Spitzenwert des Strombetrages als Abstand vom Nullpunkt des Polarkoordinatensystems über dem Winkel φ_1 aufgetragen, den der Anfangswert der Ständerflußverketung $\underline{\psi}_1(0)$ im α, β - System aufweist. Parameter der Kurvenscharen sind jeweils $|\underline{\psi}_1(0)|$ und der Schlupf $s(0)$. Diese polare Darstellungsweise besitzt den Vorteil, daß auf den ersten Blick eine Zuordnung zwischen dem größten Ständerstrombetrag und der Phasenlage von $\underline{\psi}_1(0)$ im synchron rotierenden Koordinatensystem möglich ist. Der Phasenwinkel von $\underline{\psi}_1(0)$ wurde bei der Berechnung der Wiedereinschaltvorgänge in Schritten von neun Grad variiert.

In den Bildern sind mit durchgehenden Linien diejenigen Kurven dargestellt, die sich aus der schrittweisen numerischen Integration des vollständigen Gleichungssystems der Maschine unter Berücksichtigung der stromabhängigen Streureaktanzen ergeben. Zum Vergleich sind daneben mit unterbrochenen Linien auch die Kurven eingetragen, welche aufgrund der Vernachlässigung des Ständerwiderstandes,

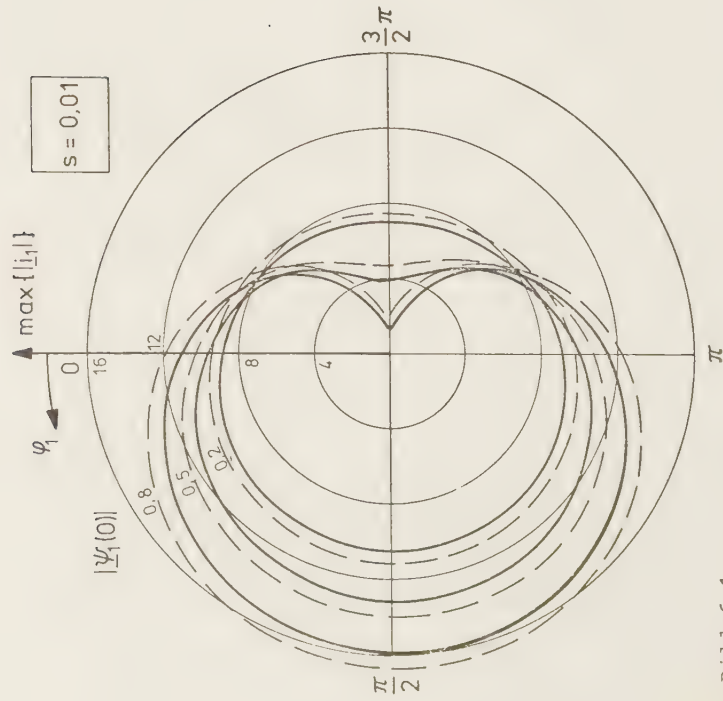


Bild 6.1

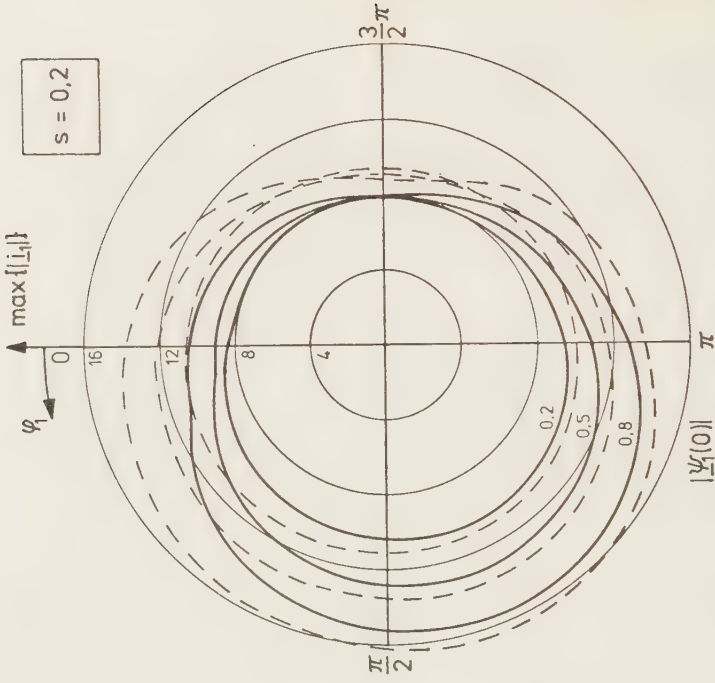


Bild 6.2

Spitzenwerte des Ständerstrombetrages als Funktion der Anfangswerte $\Psi_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$ beim Wiedereinschalten eines 7,3 MW-Motors

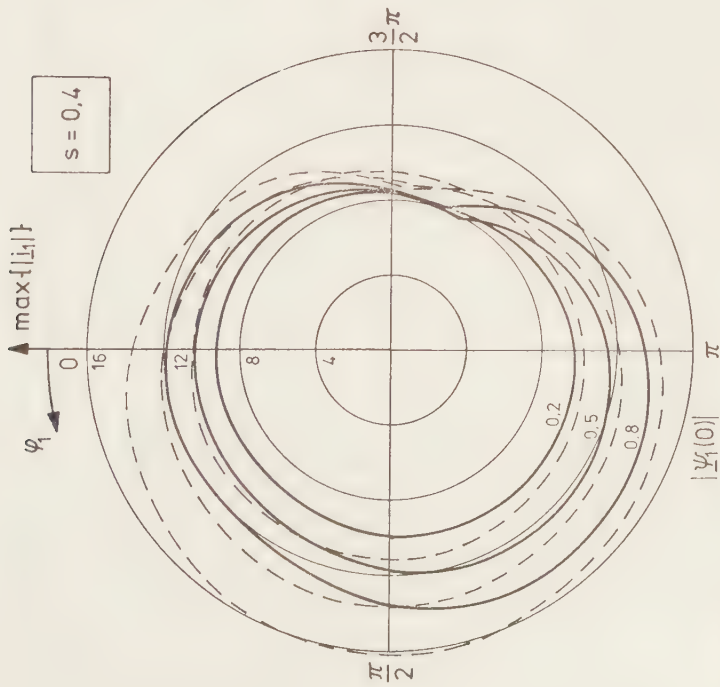


Bild 6.3

Spitzenwerte des Ständerstrombetrages als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$ beim Wiedereinschalten eines 7,3 MW-Motors

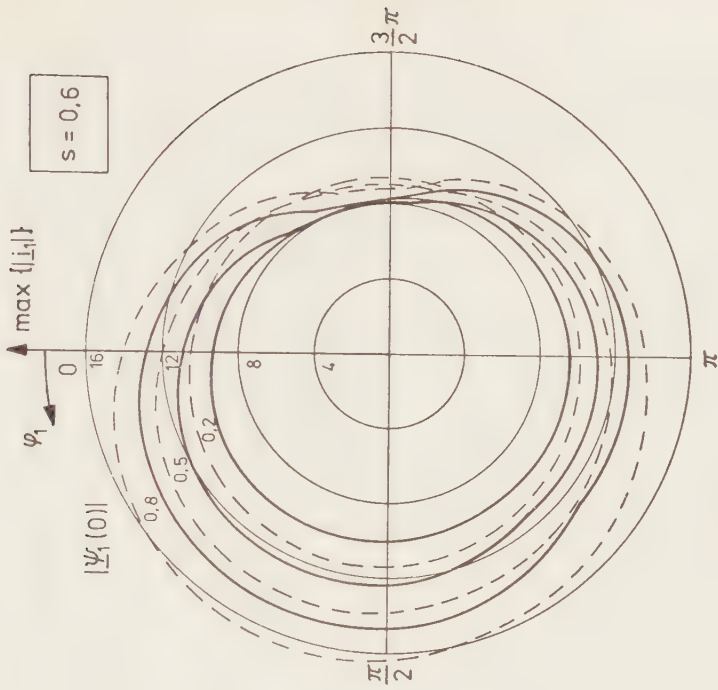


Bild 6.4

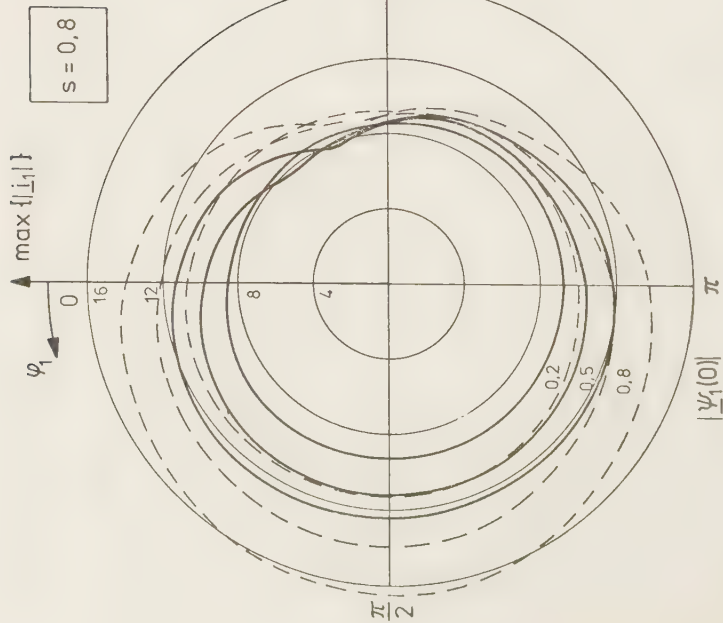


Bild 6.5

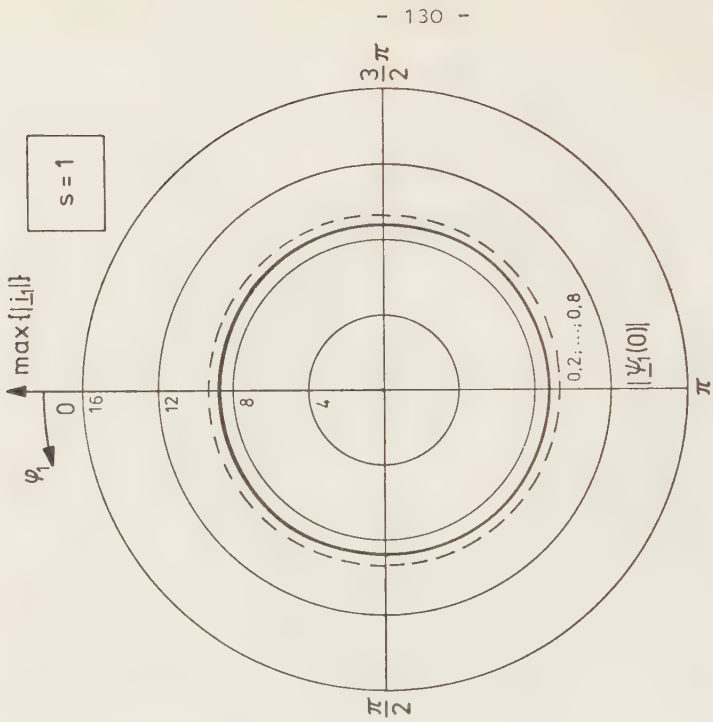


Bild 6.6

Spitzenwerte des Ständerstrombetrages als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$ beim Wiedereinschalten eines 7,3 MW-Motors

der Annahme konstanten Schlupfes und der Annahme konstanten Sättigungszustandes mit vollgesättigten Streuwegen aus der Berechnung des Stromverlaufes mit Gleichung (6.14) resultieren.

Der Vergleich beider Kurvenscharen zeigt, daß die Näherungswerte in allen Fällen größer sind. Dies dürfte in erster Linie auf die Vernachlässigung des Ständerwiderstandes zurückzuführen sein. Trotz aller Vernachlässigungen bei der näherungsweise Berechnung stimmt die Gestalt beider Kurvenscharen recht gut überein.

Die größten Spitzenwerte des Strombetrages treten auf, wenn sich der Anfangswert der Ständerflußverkettung im ersten oder zweiten Quadranten des synchron rotierenden α, β - Koordinatensystems befindet. Innerhalb dieses Winkelbereiches werden die jeweils größten Spitzenwerte jedoch bei verschiedenen Phasenlagen von $\psi_1(0)$ erreicht. Die genaue Phasenlage von $\psi_1(0)$, bei welcher der Strombetragsspitzenwert seinen Maximalwert für einen bestimmten Wert von $|\psi_1(0)|$ annimmt, ist vom Schlupf abhängig. Außerdem ändert sich die Größe dieses Maximalwertes als Funktion des Schlupfes. Die größten Strombetragsspitzenwerte treten im Bereich sehr kleiner Schlupfwerte auf, wenn sich der Anfangswert der Flußverkettung ungefähr in Phasenopposition zu seiner Lage im eingeschwungenen Zustand, d.h. zur Lage von ψ_{1s} befindet.

Der Einfluß des Schlupfes ist besonders offensichtlich beim Einschalten der Maschine im Stillstand. Bei stillstehender Maschine sind die Spitzenwerte des Ständerstrombetrages nahezu unabhängig vom Anfangswert der Ständerflußverkettung (Bild 6.6).

Aus den Bildern 6.2 bis 6.6 ist ferner zu entnehmen, daß der Strombetragsspitzenwert unabhängig von $|\psi_1(0)|$ in einem weiten Schlupfbereich fast konstant bleibt, wenn $\psi_1(0)$ in der negativ imaginären Achse des α, β - Koordinatensystems liegt.

Die Bilder 6.7 bis 6.12 enthalten die entsprechenden Kurven, welche die Abhängigkeit des Spitzenwertes des Dreh-

momentbetrages von den Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$ und $s(0)$ für $\underline{i}_1(0) = 0$ wiedergeben.

Die Gestalt der Kurven hängt in starkem Maße von der Größe des Schlupfes ab. Auch hier treten die jeweils größten Spitzenwerte des Drehmomentes auf, wenn $\underline{\psi}_1(0)$ im ersten oder zweiten Quadranten des α, β - Systems liegt. Diejenige Phasenlage von $\underline{\psi}_1(0)$, bei welcher der Spitzenwert für einen bestimmten Wert von $|\underline{\psi}_1(0)|$ seinen Maximalwert erreicht, ändert sich in diesem Winkelbereich deutlich als Funktion des Schlupfes.

Bisher wurden nur solche Wiedereinschaltvorgänge betrachtet, bei denen der Anfangswert des Ständerstromes gleich null war.

Die Bilder 6.13 und 6.14 sollen nun den Einfluß eines von null verschiedenen Stromanfangswertes auf die Spitzenwerte von Ständerstrom- und Drehmomentbetrag veranschaulichen.

In beiden Fällen sind die Spitzenwerte als Abstand vom Nullpunkt des Polarkoordinatensystems über dem Phasenwinkel φ_{i1} aufgetragen, welchen $\underline{i}_1(0)$ im α, β - System aufweist. Der Betrag des Stromanfangswertes entspricht der Größe des Nennstromes. Parameter der Kurvenscharen sind die Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und $s(0)$.

Die Spitzenwerte, die sich bei den gleichen Anfangsbedingungen für $\underline{\psi}_1(0)$ und $s(0)$ bei $\underline{i}_1(0) = 0$ ergeben, können zum Vergleich den Bildern 6.5 und 6.11 entnommen werden.

Bei einem Vergleich wird deutlich, daß der Stromanfangswert nur einen relativ geringen Einfluß auf den Spitzenwert des Strombetrages ausübt. Dieser wächst gegenüber seinem Wert bei $\underline{i}_1(0) = 0$ etwa um den Betrag des Stromanfangswertes an, wenn sich $\underline{i}_1(0)$ genau in Phasenopposition zu $\underline{\psi}_1(0)$ befindet. Andererseits nimmt der Spitzenwert um $|\underline{i}_1(0)|$ gegenüber seinem Wert bei $\underline{i}_1(0) = 0$ ab, wenn $\underline{i}_1(0)$ und $\underline{\psi}_1(0)$ gleich gerichtet sind.

Wesentlich stärker als der Spitzenwert des Strombetrages wird dagegen der Spitzenwert des Drehmomentes von $\underline{i}_1(0)$ beeinflusst. Auch der Spitzenwert des Drehmomentes wird

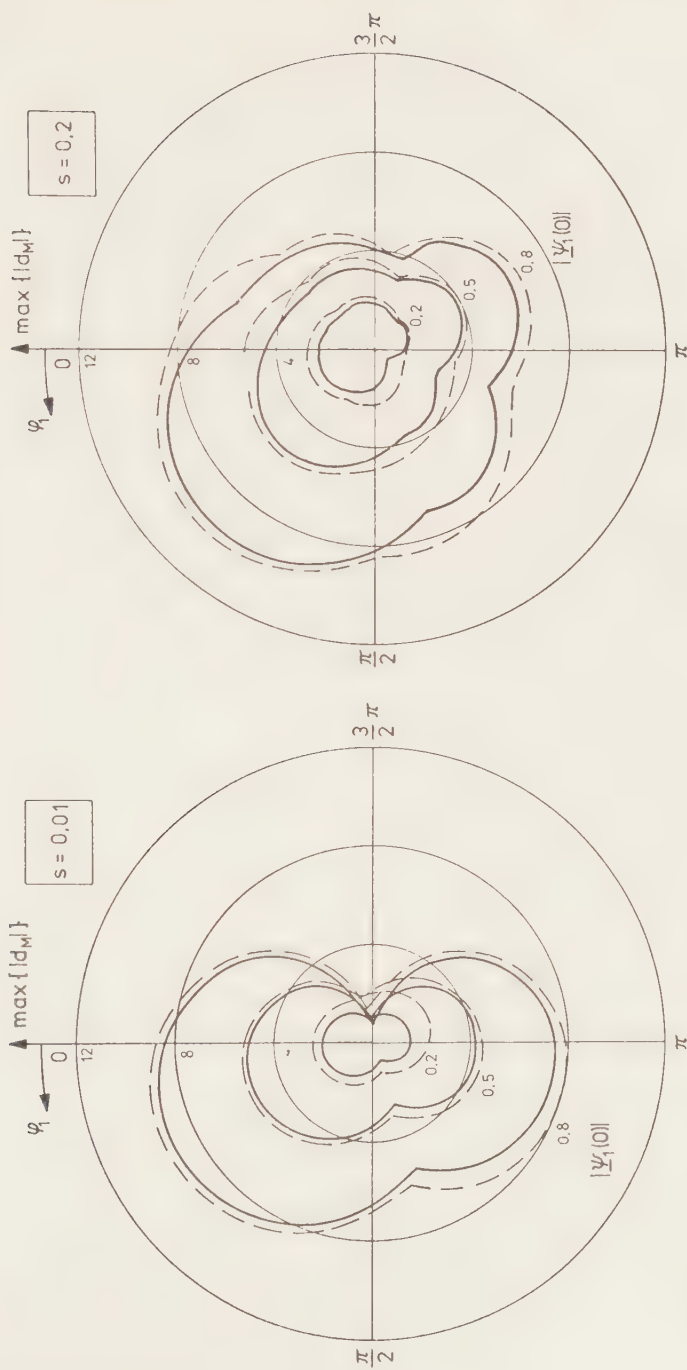


Bild 6.7

Bild 6.8

Spitzenwerte des Drehmomentbetrages als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$



Bild 6.9

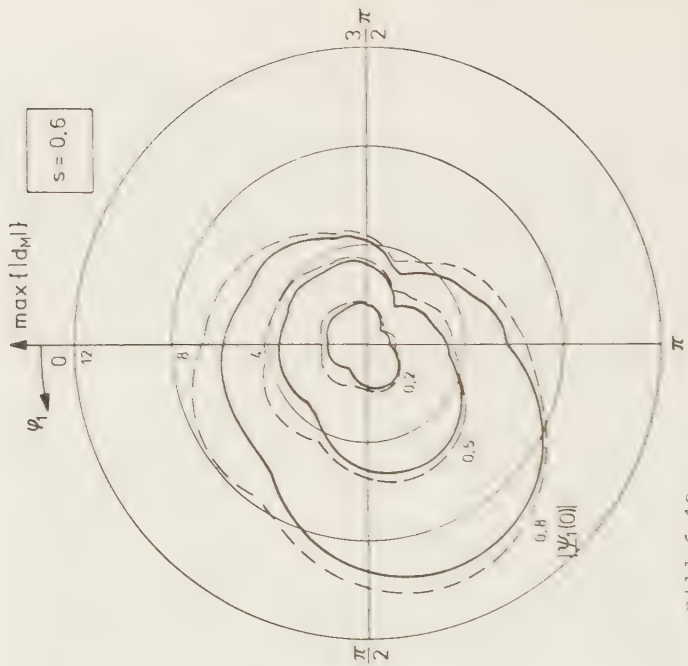


Bild 6.10

Spektren der Dreikomponenten als Funktion der Amplitude $\Psi_1(0)$ und φ für $\varphi(0) = 0$

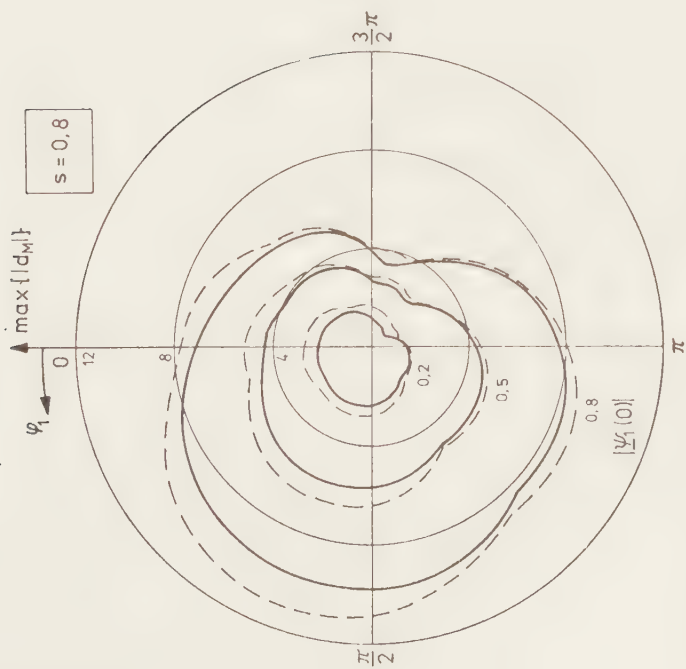


Bild 6.11

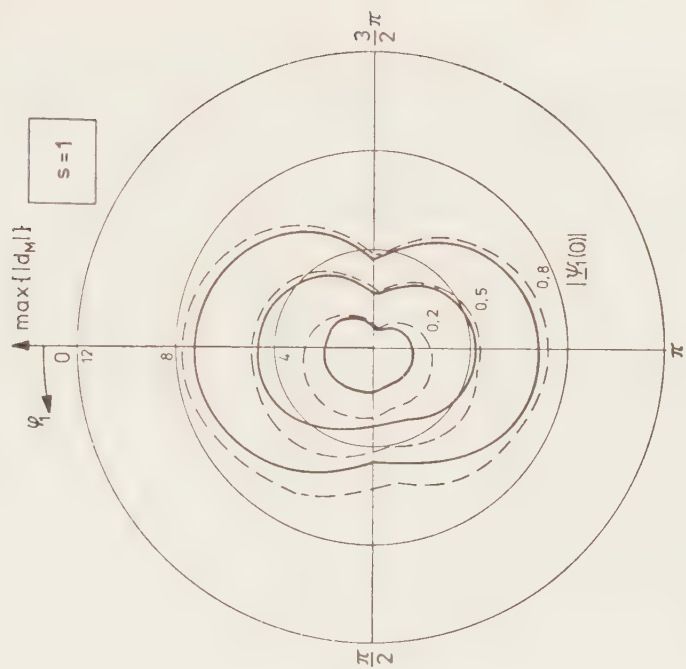


Bild 6.12

Spitzenwerte des Dreimomentbetrages als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$

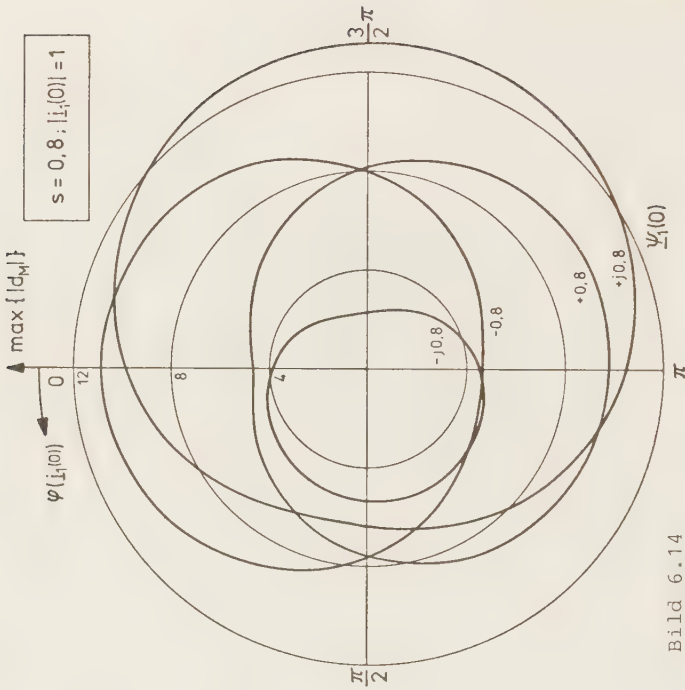


Bild 6.14

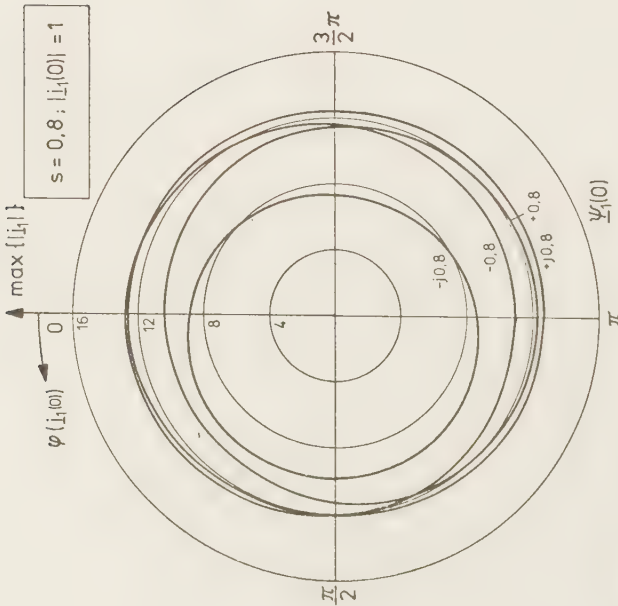


Bild 6.13

Einfluß eines Stromanfangeswertes auf die Spitzenwerte

durch das Vorhandensein des Stromanfangswertes vergrößert, wenn $\underline{i}_1(0)$ entgegengesetzt zu $\underline{\psi}_1(0)$ gerichtet ist. Auf diese Weise ergibt sich beispielsweise bei $\underline{\psi}_1(0) = -0,8$ und $\underline{i}_1(0) = 1$ eine Erhöhung des Spitzenwertes um etwa das dreifache Nennmoment.

Der Aufwand für die numerische Berechnung der untersuchten Wiedereinschaltvorgänge ist erheblich. Trotzdem können die daraus gewonnenen Ergebnisse nur die Abhängigkeit der Spitzenwerte von den Anfangswerten für einige wenige Konstellationen des fünfdimensional variablen Anfangszustandes wiedergeben. Es kommt hinzu, daß die rein quantitativen Resultate noch nicht zum Ausdruck bringen, welchen Einfluß die verschiedenen Maschinenparameter auf die Spitzenwerte ausüben. Die vorgestellten Ergebnisse sind somit nicht ohne weiteres auf andere Motoren übertragbar. Da in vielen Fällen eine genaue Kenntnis der tatsächlich auftretenden Spitzenwerte nicht erforderlich ist, sondern eine Abschätzung genügt, wird im folgenden Abschnitt ein Verfahren zur Abschätzung der Spitzenwerte entwickelt, welches den Einfluß der Maschinenparameter auf die Spitzenwerte mit geringem Aufwand zu beurteilen gestattet. Mit Hilfe dieses Verfahrens kann darüber hinaus für jeden beliebigen Anfangszustand eine obere Grenze für die nach dem Wiedereinschalten auftretenden Spitzenwerte angegeben werden.

6.5 Abschätzung der Spitzenwerte

Aus der näherungsweisen Berechnung der Zeitverläufe des komplexen Ständerstromes und des Drehmomentes eröffnet sich eine Möglichkeit, um die Spitzenwerte ihrer Beträge nach oben abzuschätzen.

Zunächst wird der Zeitverlauf des Ständerstromes betrachtet. Dieser lautet nach (6.14):

$$\underline{i}_1(t) = \underline{i}_{1S} + (\underline{\Delta i}_1(0) - \underline{k\Delta\psi}_1(0)) e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-j\omega t} + \underline{k\Delta\psi}_1(0) e^{-j\omega t}.$$

Der gesamte Zeitverlauf des Strombetrages resultiert zwar aus der Betragsbildung über drei zeitpunktweise geometrisch zu addierende Komponenten, bei bestimmten Konstellationen der Anfangswerte kann jedoch der Fall eintreten, daß sich alle drei Anteile in einem bestimmten Zeitpunkt arithmetisch addieren.

Eine sichere Abschätzung des Strombetragsspitzenwertes nach oben läßt sich somit durchführen, indem die Beiträge der Stromkomponenten im Zeitpunkt $t = 0$ arithmetisch addiert werden. Der Strombetrag ist dann wegen:

$$e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} \leq 1, \quad 0 \leq t < \infty,$$

in jedem Fall durch:

$$\bar{i}_1 = \underline{i}_{1S} + |\underline{\Delta i}_1(0) - \underline{k\Delta\psi}_1(0)| + |\underline{k\Delta\psi}_1(0)| \quad (6.16)$$

nach oben beschränkt.

Die Aussage, daß $\bar{i}_1$ nach (6.16) eine obere Schranke für den Ständerstrombetrag darstellt, ist natürlich genau genommen zunächst nur für die aufgrund der näherungsweisen Berechnung gewonnenen Spitzenwerte des Ständerstrombetrages gültig. Da diese Werte wegen der Vernachlässigung des Ständerwiderstandes aber in der Regel über den exakt berechneten Werten liegen, dürfte $\bar{i}_1$ trotz der Vernachlässigung der absoluten und der differentiellen Stromabhängigkeit der Streureaktanzen sowie der Drehzahländerungen als obere Schranke auch für die exakt berechneten Strombetragswerte zu verwenden sein.

Der Zusammenhang zwischen $\bar{i}_1$ und den Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$, $\underline{i}_1(0)$ und s ist besonders leicht überschaubar, wenn man die Stromanteile aus (6.16) in der komplexen Ebene graphisch darstellt.

Zu diesem Zweck wird zunächst vereinfachend angenommen, daß im Einschaltaugenblick kein Ständerstrom vorhanden ist. Die Größe $\bar{i}_1$ hängt dann nur noch von $\underline{\psi}_1(0)$ und s ab. In diesem Falle ist:

$$\Delta \underline{i}_1(0) = - \underline{i}_{1S}.$$

Für die graphische Konstruktion werden von der betrachteten Maschine die Ortskurven $\underline{i}_{1S}(s)$ und $\underline{k}(s)$ mit den gesättigten Werten der Streureaktanzen benötigt. Für die 7,3 MW-Maschine sind diese Ortskurven, zwischen denen die Beziehung:

$$\underline{k}(s) = \frac{1}{\underline{\psi}_{1S}} \underline{i}_{1S}(s-1)$$

besteht, in Bild 6.15 eingezeichnet.

Bild 6.16 enthält eine Skizze zur graphischen Konstruktion der in $\bar{i}_1$ enthaltenen Stromanteile $\underline{i}_{1S}$, $\underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0)$ und $(\Delta\underline{i}_1(0) - \underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0))$.

Um diese Komponenten zu konstruieren, werden als erstes die Größen $\underline{\psi}_1(0)/\sigma X_1$ und $\underline{\psi}_{1S}/\sigma X_1$ eingetragen, so daß daraus $\Delta\underline{\psi}_1(0)/\sigma X_1$ folgt. Mit Hilfe der Ortskurve $\underline{k}(s)$ läßt sich dann $\underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0)$ ermitteln. Die Größe $\Delta\underline{i}_1(0)$ ist als Funktion des Schlupfes aus der Stromortskurve $\underline{i}_{1S}(s)$ zu entnehmen. Zur Konstruktion der Differenz $(\Delta\underline{i}_1(0) - \underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0))$ wird $\Delta\underline{i}_1(0)$ zweckmäßigerweise parallel verschoben und vom Punkt $\underline{P}_2 = \underline{\psi}_{1S}/\sigma X_1$ ausgehend angetragen. Da $\Delta\underline{i}_1(0)$ vom Schlupf abhängt, kann sich der Punkt $\underline{P}_1$ als Funktion von s auf dem eingezeichneten Halbkreis bewegen.

Als Resultat der geschilderten Konstruktion ist der Wert der Größe $\bar{i}_1$ aus dem Umfang des Dreiecks $\underline{P}_1, \underline{P}_2, \underline{P}_3$ zu entnehmen.

Mit Hilfe der Skizze in Bild 6.16 kann die Abhängigkeit der Schranke $\bar{i}_1$ von den Anfangswerten der Ständerflußver-

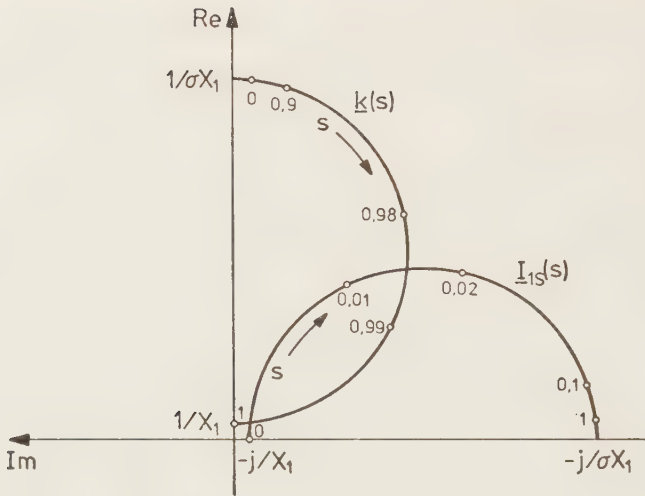


Bild 6.15 Ortskurven $\underline{k}(s)$ und $\underline{I}_{1s}(s)$

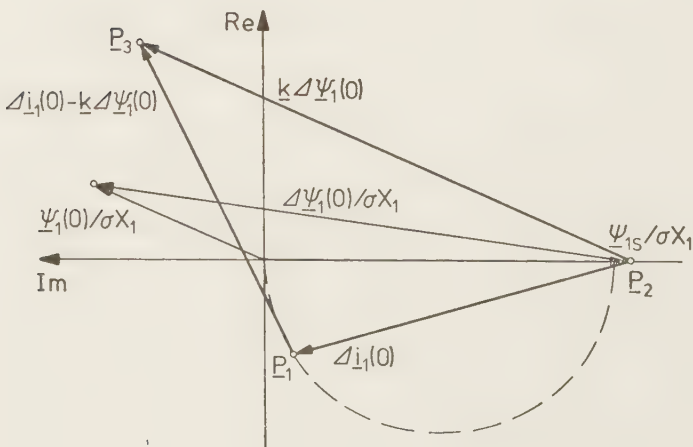


Bild 6.16 Konstruktion der transienten Stromanteile

kettung und des Schlupfes leicht ermittelt werden.

Die Größe des Schlupfes wirkt sich dabei über $\underline{I}_{1S}(s)$ auf die Lage von $\underline{P}_1$ und über $\underline{k}(s)$ auch auf die Lage von $\underline{P}_3$ aus. Um dieses zu verdeutlichen, sollen hier die beiden Grenzfälle des Schlupfbereiches herausgegriffen werden.

Bei stillstehender Maschine, d.h. bei $s = 1$ nimmt der Faktor $\underline{k}$ mit $\underline{k} = 1/X_1$ seinen kleinsten Betrag an, so daß auch der Term $\underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0)$ betragsmäßig relativ klein bleibt. Der Anfangswert der Ständerflußverkettung ist dann fast ohne Einfluß auf $\bar{I}_1$. Der Spitzenwert des Strombetrages ist in diesem Fall durch den doppelten Wert des stationären Anlaufstromes nach oben begrenzt.

Besitzt die Maschine im Einschaltaugenblick ihre synchrone Drehzahl, so nimmt die Größe $\underline{I}_{1S}$ den Wert des Leerlaufstromes an. Der Punkt $\underline{P}_1$ liegt dann neben $\underline{P}_2$ auf der negativ imaginären Achse. Würde die Maschine in diesem Fall noch bei $\underline{\psi}_1(0) = \underline{\psi}_{1S}$ zugeschaltet, so würde nach dem Einschalten sofort der stationäre Leerlaufstrom fließen.

Die Bilder 6.17 bis 6.20 veranschaulichen die Abhängigkeit der Schranke $\bar{I}_1$ von den Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$ und s anhand einiger Kurvenscharen am Beispiel der 7,3 MW - Maschine.

Das Verfahren zur Bestimmung des Schätzwertes $\bar{I}_1$ wurde zunächst unter der Voraussetzung abgeleitet, daß der Ständerstrom im Einschaltaugenblick gleich null ist. Es kann jedoch ebenso auch bei von null verschiedenen Stromanfangswerten angewendet werden. Zu diesem Zweck ist die Skizze zur Konstruktion der in $\bar{I}_1$ enthaltenen Stromanteile um den Stromanfangswert zu erweitern. Der Raumzeiger des Stromanfangswertes ist dazu wie in Bild 6.21 dargestellt vom Punkt $\underline{O}_1$ ausgehend einzutragen. Durch $\underline{i}_1(0)$ verändert sich somit nur die Lage des Punktes $\underline{P}_1$.

Man erhält den Wert von $\bar{I}_1$ entsprechend Gleichung (6.14) jetzt als Summe der Polygonstrecken von $\underline{O}_1$ nach $\underline{P}_2$, von $\underline{P}_2$ nach $\underline{P}_3$ und von $\underline{P}_3$ nach $\underline{P}_1$.

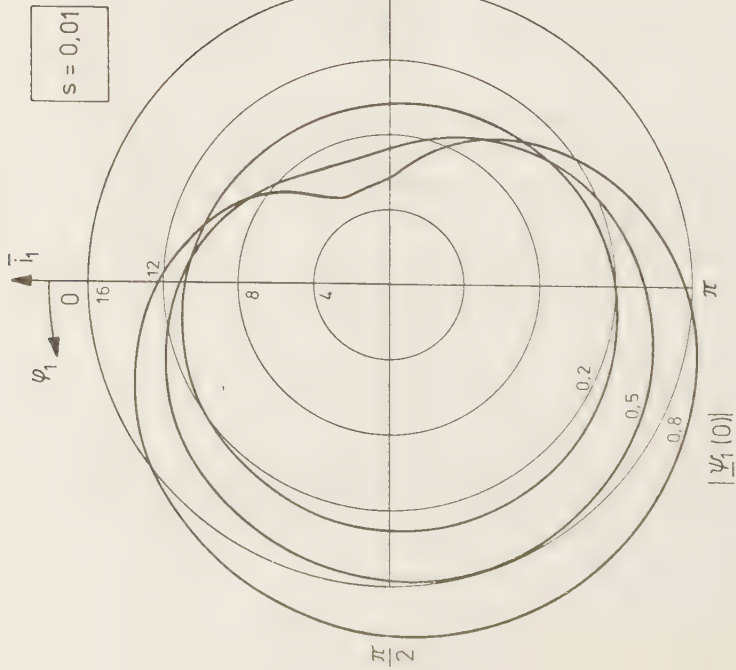


Bild 6.17

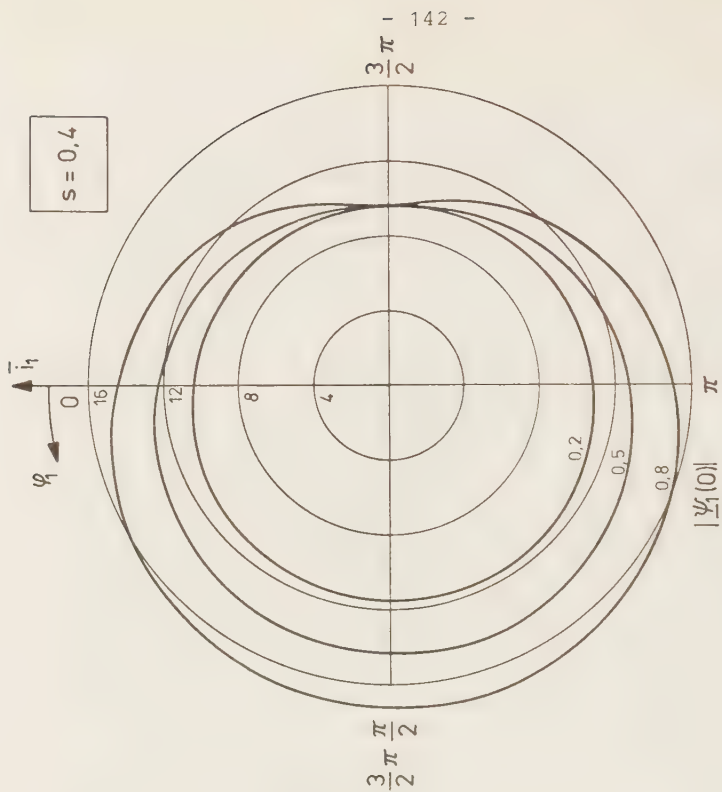


Bild 6.18

Schätzwerte $\bar{i}_1$ als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $i_1(0) = 0$

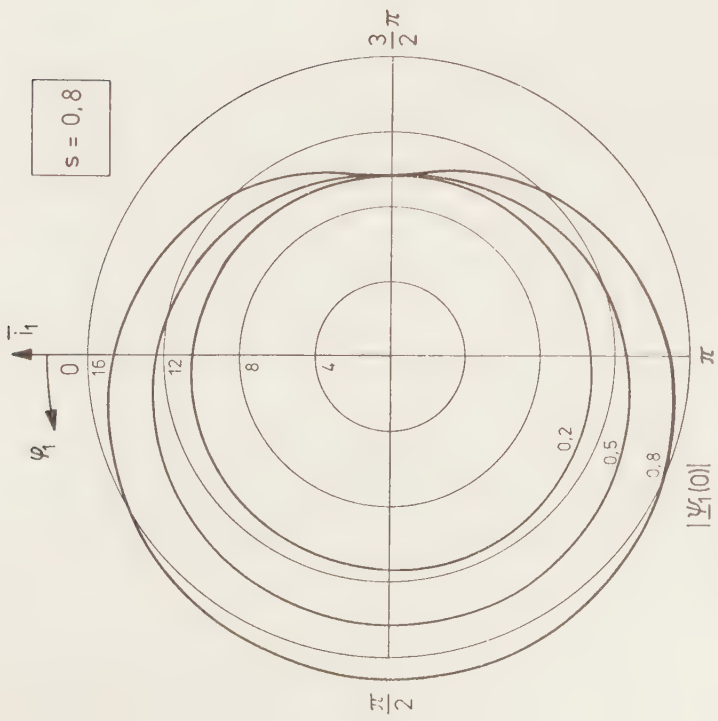


Bild 6.19

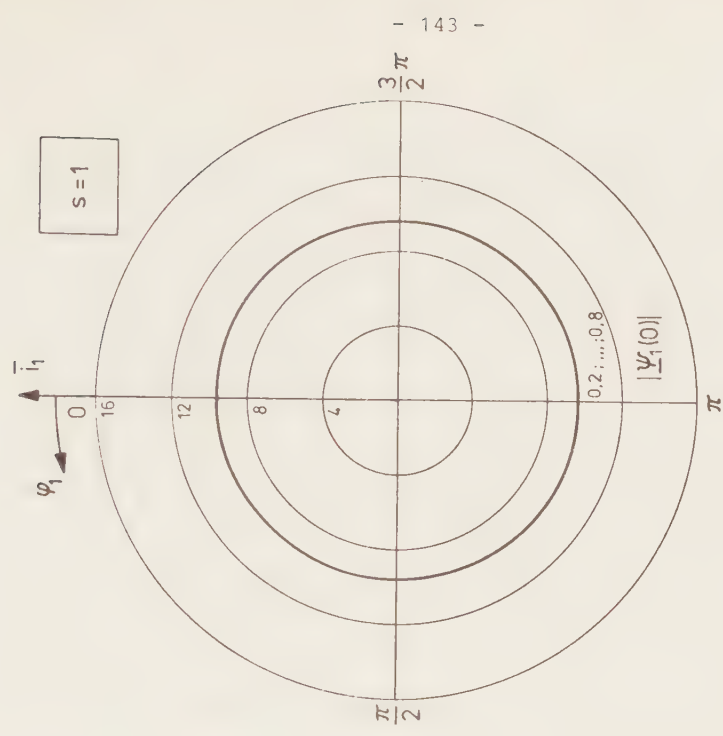


Bild 6.20

Schätzwerte $\bar{i}_1$ als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$

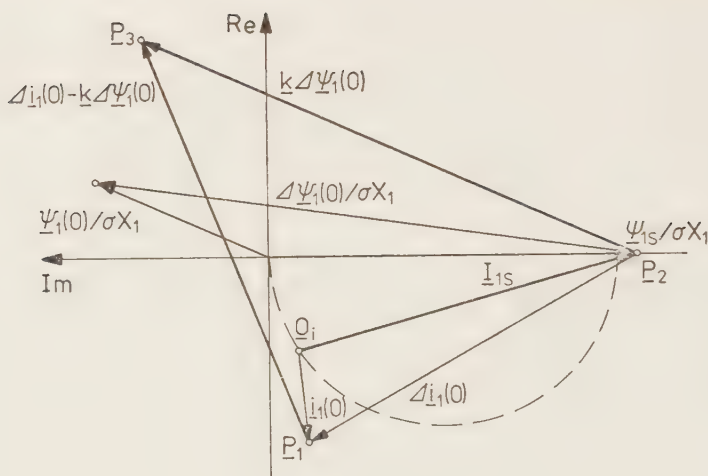


Bild 6.21 Konstruktion der transienten Stromanteile

Mit Hilfe dieses Verfahrens kann nun auch der Einfluß eines beliebigen Stromanfangswertes auf den Spitzenwert des Ständerstrombetrages beim Wiedereinschalten eines Asynchronmotors abgeschätzt werden. Dazu wird der Einfluß eines Stromanfangswertes auf $\bar{i}_1$ anhand von Bild 6.21 betrachtet. Von den in $\bar{i}_1$ enthaltenen Stromanteilen wird nur die Größe $(\Delta \underline{i}_1(0) - k \Delta \underline{\psi}_1(0))$ durch einen vorhandenen Stromanfangswert betroffen. Denkt man sich P_1 auf einem Kreis um Q_i bei verschiedenen Wiedereinschaltvorgängen variiert, so erkennt man, daß sich der Wert von $\bar{i}_1$ höchstens um den Betrag des Stromanfangswertes vergrößern kann. Da $\bar{i}_1$ eine obere Schranke für den tatsächlichen Spitzenwert des Strombetrages darstellt, kann dieser ebenfalls höchstens um $|\underline{i}_1(0)|$ anwachsen. Dieses Ergebnis wird durch die in Bild 6.13 gezeigten Kurven unterstrichen.

Das beschriebene Verfahren zur Abschätzung des Strombelastungsspitzenwertes als Funktion der Anfangswerte kann allerdings auch in umgekehrter Richtung durchgeführt werden. Zu einer vorgegebenen Schranke, die ebenfalls mit $\bar{I}_1$ bezeichnet werden soll, kann eine Menge von Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$ bestimmt werden, für welche die nach dem Wiedereinschalten auftretenden Ständerstrombeträge durch $\bar{I}_1$ nach oben begrenzt sind.

Um diese Anwendungsmöglichkeit des Verfahrens zu erläutern, werden zunächst alle Punkte $\underline{P}_3$ in Bild 6.16 ermittelt, für die das Abschätzverfahren bei einem bestimmten Schlupf und bei Stromanfangswert null den gleichen Wert für die Schranke $\bar{I}_1$ liefert. Aus Gleichung (6.16) folgt, daß bei einem bestimmten Schlupf diejenigen Punkte $\underline{P}_3$ bzw. diejenigen Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$ eine gemeinsame obere Schranke besitzen, für die:

$$|\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)| + |\underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)| = \text{const.} \quad (6.17)$$

gilt. Gleichung (6.17) enthält genau die Definitionseigenschaften einer Ellipse. Daher weisen alle Punkte $\underline{P}_3$, die auf einer Ellipse mit den Brennpunkten $\underline{P}_1$ und $\underline{P}_2$ liegen, eine gemeinsame Stromschranke auf. Die Größe dieser Schranke ist dann gleich der Summe aus $|\underline{I}_{1S}|$ und dem Hauptachsendurchmesser der betreffenden Ellipse.

Um die gesuchte Menge von Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$ zu einer vorgegebenen Schranke $\bar{I}_1$ zu bestimmen, wird zuerst die zu $\bar{I}_1$ gehörige Ellipse für die Punkte $\underline{P}_3$ ermittelt. Indem diese Ellipse durch

$$\underline{\psi}_1(0) = \frac{1}{\underline{k}} \underline{P}_3 \quad (6.18)$$

in die $\underline{\psi}_1(0)$ - Ebene abgebildet wird, resultiert als geometrischer Ort für die Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$, welche die gleiche Stromschranke aufweisen, ebenfalls eine Ellipse.

Bild 6.22 zeigt einige der ellipsenförmigen Kurven konstanter Stromschränke für $\underline{\psi}_1(0)$ bei verschiedenen Schlupfwerten am Beispiel der 7,3 MW - Maschine. Da die Größe $\underline{k}$ in der Abbildungsvorschrift (6.18) schlupfabhängig ist, gehört zu einem bestimmten Wert von $\bar{i}_1$ bei jedem Schlupfwert eine andere Ellipse. Für alle Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$, die innerhalb und auf dieser Ellipse liegen, ist der Spitzenwert des Ständerstrombetrages durch $\bar{i}_1$ nach oben beschränkt.

Die so bei einem bestimmten Schlupf gefundene Menge von Anfangswerten der Ständerflußverkettung stellt freilich nur eine Teilmenge aller derjenigen Anfangswerte dar, bei denen der Spitzenwert des Strombetrages ebenfalls noch durch die vorgegebene Schranke $\bar{i}_1$ begrenzt wird, da die Auswahl der Anfangswerte auf einer oberen Abschätzung der Spitzenwerte beruht.

Der vorstehend geschilderte Weg, um die Spitzenwerte des Ständerstrombetrages abzuschätzen, kann in gleicher Weise auch bei einer Abschätzung des Drehmomentbetrages beschritten werden.

Nach (6.15) können im Zeitverlauf des Drehmomentes zwei Gleichanteile und drei sinusförmige Wechselanteile verschiedener Frequenzen enthalten sein. Der Betrag des transienten Gleichanteiles und die Amplituden der transienten Wechselanteile klingen während der Einschwingvorgänge exponentiell ab.

Eine sichere, wenn auch im allgemeinen recht grobe Abschätzung für den Spitzenwert des Drehmomentbetrages nach oben ist durch die Summe der Anfangswerte der Gleichanteile und der Anfangsamplituden der Wechselanteile gegeben.

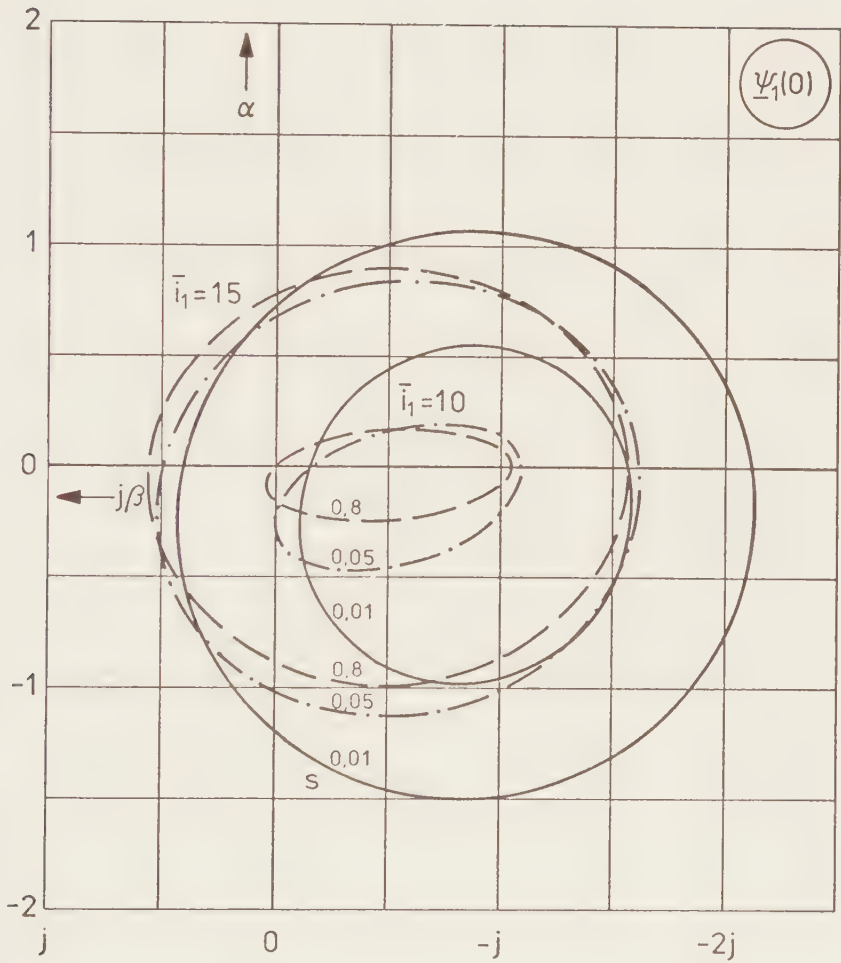


Bild 6.22 Kurven konstanter Stromschanke in der $\psi_1(0)$ - Ebene

Um die Beträge der Drehmomentkomponenten im Zeitpunkt $t = 0$ als Funktion der Anfangswerte $\underline{\psi}_1(0)$, $\underline{i}_1(0)$ und s zu erhalten, werden in (6.15) gleichfrequente Anteile zusammengefaßt. Man erhält:

$$\begin{aligned} \bar{d}_M(t) = & \operatorname{Im}\{\underline{I}_{1S} \underline{\psi}_{1S}^*\} + |\Delta \underline{\psi}_1(0)|^2 \operatorname{Im}\{\underline{k}\} \\ & - \operatorname{Im}\{\Delta \underline{\psi}_1(0) (\underline{I}_{1S}^* - \underline{k} \underline{\psi}_{1S}^*) e^{-j\omega t}\} \\ & + \operatorname{Im}\{(\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)) \underline{\psi}_{1S}^* e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{-j\omega t}\} \\ & + \operatorname{Im}\{(\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)) \Delta \underline{\psi}_1^*(0) e^{-\frac{R_2}{\sigma X_2} t} e^{j(1-s)\omega t}\} . \end{aligned} \quad (6.19)$$

Eine obere Schranke $\bar{d}_M$ für den Betrag des Drehmomentes ist dann gegeben durch:

$$\begin{aligned} \bar{d}_M = & |\underline{\psi}_{1S}| \operatorname{Re}\{\underline{I}_{1S}\} + |\Delta \underline{\psi}_1(0)|^2 \operatorname{Im}\{\underline{k}\} \\ & + |\Delta \underline{\psi}_1(0)| |\underline{I}_{1S}^* - \underline{k} \underline{\psi}_{1S}^*| \\ & + |\underline{\psi}_{1S}| |\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)| \\ & + |\Delta \underline{\psi}_1(0)| |\Delta \underline{i}_1(0) - \underline{k} \Delta \underline{\psi}_1(0)| . \end{aligned} \quad (6.20)$$

Da nach (6.12)

$$\underline{k} \underline{\psi}_{1S}^* = -\underline{I}_{1S}(s-1)$$

ist und bei der Betragsbildung

$$|\underline{I}_{1S}^*(s) + \underline{I}_{1S}(s-1)| = |\underline{I}_{1S}(s) - \underline{I}_{1S}(1-s)|$$

gesetzt werden kann, folgt aus (6.20):

$$\begin{aligned} \bar{d}_M = & | |\underline{\psi}_{1S} | \operatorname{Re}\{\underline{i}_{1S}\} + |\Delta\underline{\psi}_1(0)|^2 \operatorname{Im}\{\underline{k}\} | \\ & + |\Delta\underline{\psi}_1(0)| | |\underline{i}_{1S}(s) - \underline{i}_{1S}(1-s) | \\ & + (|\underline{\psi}_{1S}| + |\Delta\underline{\psi}_1(0)|) |\Delta\underline{i}_1(0) - \underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0)| . \end{aligned} \quad (6.21)$$

Mit Hilfe von (6.19) und (6.21) können die Anfangsbeträge bzw. Anfangsamplituden der transienten Drehmomentkomponenten abgeschätzt werden. Die Größen, die für diese Abschätzung benötigt werden, sind aus den Bildern 6.15 und 6.16 zu entnehmen.

Aus der Abhängigkeit der transienten Komponenten von den Anfangsbedingungen geht hervor, daß der transiente Gleichanteil des Drehmomentes, der durch den Term $|\Delta\underline{\psi}_1(0)|^2 \operatorname{Im}\{\underline{k}\}$ beschrieben wird, unabhängig vom Anfangswert der Flußverkettung immer negativ ist. Die Größe des Gleichanteiles hängt bei einem bestimmten Anfangswert $\underline{\psi}_1(0)$ noch von der Größe des Schlupfes ab. Nach Bild 6.15 erreicht der Faktor $\operatorname{Im}\{\underline{k}\}$ als Funktion des Schlupfes seinen größten Betrag bei $s = 1-s_K$, wobei $s_K = R_2/\sigma X_2$ den Kippschlupf der betrachteten Maschine bedeutet.

Mit Hilfe von (6.21) kann ferner der Einfluß eines von null verschiedenen Stromanfangswertes leicht eingegrenzt werden, da $\underline{i}_1(0)$ nur in den Term $|\Delta\underline{i}_1(0) - \underline{k}\Delta\underline{\psi}_1(0)|$ eingeht. Der Wert der Schranke $\bar{d}_M$ wird bei $|\underline{i}_1(0)| = 1$ im ungünstigsten Fall um den Wert von $(|\underline{\psi}_{1S}| + |\Delta\underline{\psi}_1(0)|)$ anwachsen, so daß auch $\max\{|\bar{d}_M(t)|\}$ höchstens um diesen Betrag zunehmen kann. Der Anfangswert des Ständerstromes wirkt sich dabei sowohl auf die schlupf- als auch auf die drehzahlfrequente Komponente des Drehmomentes aus.

Für den 7,3 MW - Motor ist in den Bildern 6.23 bis 6.26 die Abhängigkeit der Schranke $\bar{d}_M$ von den Anfangswerten $\underline{\psi}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$ dargestellt, wobei wieder die Werte von $\bar{d}_M$ in polarer Weise über dem Phasenwinkel φ_1 des Anfangswertes $\underline{\psi}_1(0)$ im α, β - System mit dem Kurvenparameter $|\underline{\psi}_1(0)|$ aufgetragen sind.

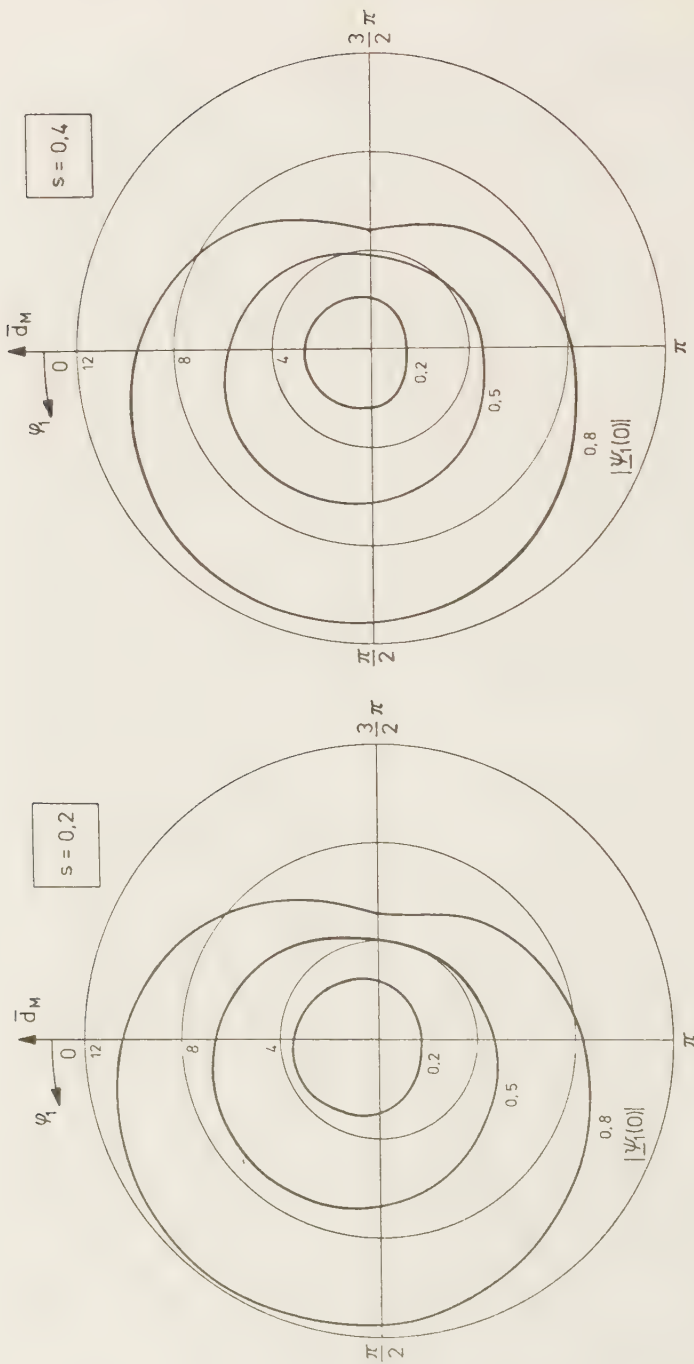


Bild 6.24

Bild 6.23

Schätzwerte $\bar{d}_M$ als Funktion der Anfangswerte $\psi_1(0)$ und s für $\dot{\psi}_1(0) = 0$

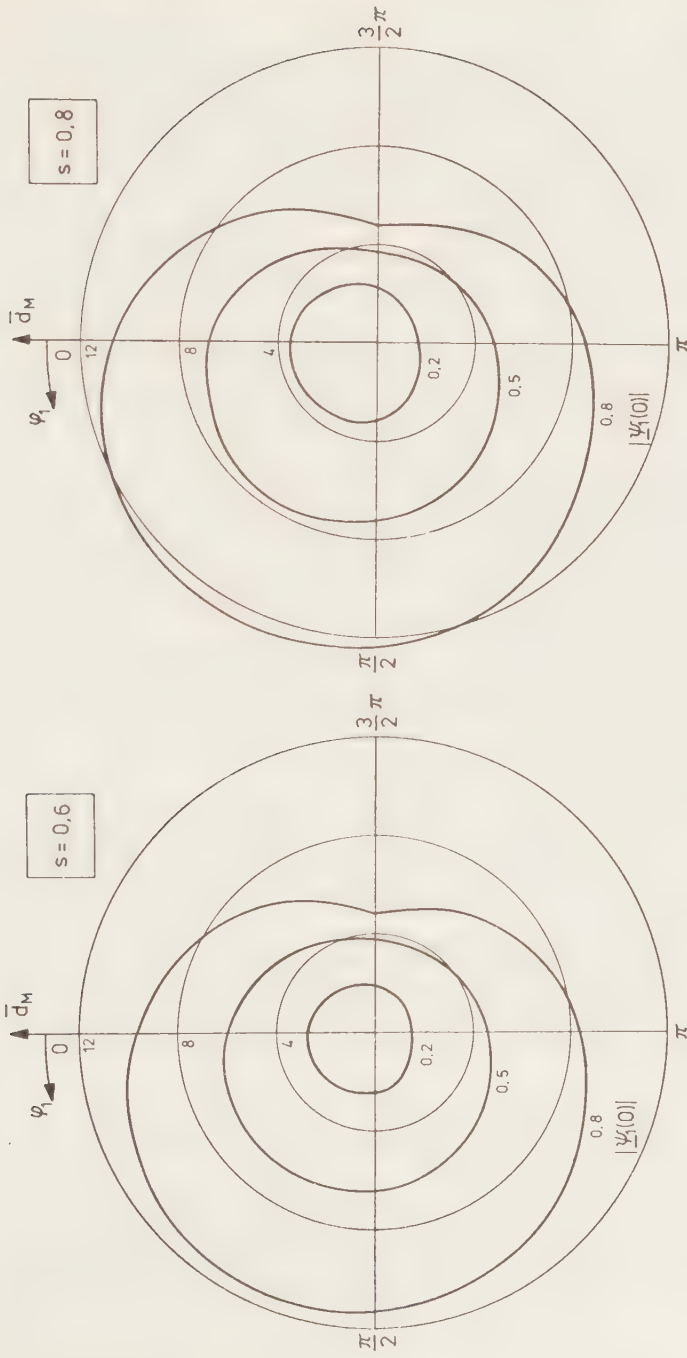


Bild 6.25

Bild 6.26

Schätzwerte $\bar{d}_M$ als Funktion der Anfangswerte $\psi_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$

Der Vergleich der Kurven für $\bar{d}_M$ mit den Ergebnissen der exakten Berechnung von $\max\{|\dot{d}_M(t)|\}$ in den Bildern 6.8 bis 6.11 macht deutlich, daß das Verfahren zur Berechnung von $\bar{d}_M$ nach (6.21) eine sichere Abschätzung der tatsächlich erreichten Spitzenwerte liefert.

Als Abschluß des in diesem Abschnitt vorgestellten Verfahrens zur Abschätzung der Spitzenwerte kann folgendes festgehalten werden.

Das Verfahren ermöglicht einen Überblick über den Einfluß der Anfangswerte der Zustandsgrößen einer Asynchronmaschine auf die transienten Übergangsvorgänge nach dem Wiedereinschalten. Das Verfahren beruht auf der geometrischen Konstruktion der Anfangswerte der durch den Schaltvorgang hervorgerufenen transienten Komponenten in Ständerstrom und Drehmoment. Sie werden für eine einfache Abschätzung der Spitzenwerte von Ständerstrombetrag und Drehmoment arithmetisch addiert.

Im Unterschied zu der in /1/ vorgenommenen Untersuchung der Wiedereinschaltvorgänge werden dabei auch die Einflüsse des Läuferwiderstandes und des Schlupfes wiedergegeben, die sich durch die Ankerrückwirkung auf die Spitzenwerte auswirken.

Als wesentliche Voraussetzung zur Untersuchung des Wiedereinschaltens von Motorengruppen kann bei dem beschriebenen Verfahren ein von null verschiedener Stromanfangswert berücksichtigt werden.

Von der zu untersuchenden Maschine wird lediglich die Ständerstromortskurve für die gesättigten Werte der Streureaktanzen benötigt, um die Abschätzungen quantitativ durchführen zu können.

6.6 Experimentelle Untersuchung des Wiedereinschaltens mit Restfeld

Die vorangegangene Untersuchung der Zusammenhänge zwischen den Anfangswerten und den Spitzenwerten, die während der transienten elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge nach dem

Wiedereinschalten auftreten, beruht auf Berechnungsmethoden, denen eine Reihe von Vernachlässigungen zugrunde liegen. Es wurde deshalb ein Vergleich zwischen berechneten und gemessenen Ergebnissen vorgenommen, um die Gültigkeit der aus der Simulation gewonnenen Resultate zu überprüfen. Zu diesem Zweck wurden an einem 11 kW - Schleifringläufermotor Messungen bei zahlreichen Wiedereinschaltvorgängen durchgeführt, bei denen die Anfangswerte der Ständerflußverkettung und der Drehzahl systematisch variiert wurden.

Die gleichen Einschaltvorgänge wurden außerdem mit Hilfe des Digitalrechenprogrammes simuliert.

Bild 6.27 zeigt ein Prinzipschaltbild der Versuchsanordnung.

Um die gewünschten Anfangsbedingungen des Wiedereinschaltens mit Restfeld gezielt einstellen zu können, wurde die Versuchsmaschine läuferseitig mit Gleichstrom erregt und durch einen angekuppelten Gleichstrommotor auf die geforderte Drehzahl gebracht. Die induzierte Ständerspannung wurde benutzt, um die Flußverkettung der Ständerwicklungen nach Betrag und Phasenlage zu erfassen. Mit Hilfe eines elektronischen Phasenvergleichsgerätes wurde die Phasenlage des Ständerspannungszeigers in Bezug auf den Netzspannungszeiger durch analoge elektrische Signale ausgedrückt. Aus diesen konnte bei jeder gewünschten Phasenlage ein Einschaltbefehl abgeleitet werden.

Damit das Einschalten unter genau definierten Phasenwinkeln der Ständerflußverkettungen erfolgen konnte, wurde der Schaltvorgang durch praktisch verzögerungsfrei wirkende elektronische Schalter ausgeführt. Sie wurden durch zwei antiparallele Thyristoren pro Ständerphase realisiert. Auf die gleiche Weise wurden auch die Läuferstränge im Einschalt Augenblick kurzgeschlossen.

Bei jedem Einschaltvorgang wurde der Spitzenwert des Ständerstrombetrages gemessen. Zu diesem Zweck wurden die Augenblickswerte der Ständerstrangströme zunächst mit Feldplattenmeßgebern in proportionale Spannungen umgeformt. Aus diesen Signalen wurde eine dem Betrag des Stromraumzeigers proportionale Spannung gebildet. Die dazu notwen-

digen mathematischen Rechenoperationen wurden gleichfalls elektronisch durchgeführt. Mit Hilfe eines Spitzenwertvoltmeters konnte auf diese Weise der Spitzenwert des Strombetrages nach jedem Schaltvorgang festgehalten werden.

Bei der Berechnung der Einschaltvorgänge wurde die Kurzschlußreaktanz des 315 kVA - Einspeisetransformators durch einen entsprechenden Zuschlag zur Ständerstreureaktanz der Maschine berücksichtigt. Die Daten der Versuchsmaschine sind in Abschnitt A 1 des Anhanges zusammengestellt.

Die Bilder 6.28 bis 6.31 enthalten die Kurven für die gemessenen und die berechneten Strombetragsspitzenwerte. Beide Kurvenscharen stimmen sowohl in den Absolutwerten als auch in der Kurvenform recht gut überein. Auch die gemessenen Spitzenwerte lassen die Abhängigkeit der Kurvenform vom Schlupf erkennen. Dadurch wird bestätigt, daß die größten Spitzenwerte des Strombetrages als Funktion des Schlupfes bei verschiedenen Phasenlagen des Anfangswertes der Ständerflußverkettung auftreten.

Insgesamt geht aus einem Vergleich der gemessenen und berechneten Ergebnisse hervor, daß das verwendete Maschinenmodell, bei dem die Eisensättigung durch eine kennlinienhafte Abhängigkeit der Streureaktanzen vom Ständerstrom wiedergegeben wird, für eine quantitative Untersuchung der Wiedereinschaltvorgänge geeignet ist.

6.7 Zusammenfassende Bemerkungen

In den vorangegangenen Abschnitten werden die transienten elektromagnetischen Vorgänge behandelt, die während der ersten Netzperioden nach dem Wiedereinschalten eines Asynchronmotors stattfinden. Dabei werden vor allem die Zusammenhänge analysiert, welche zwischen den Anfangswerten von Ständerflußverkettung, Ständerstrom und Schlupf im Wiedereinschalt Augenblick und den Spitzenwerten bestehen, die Ständerstrombetrag und Drehmoment während der transienten Vorgänge erreichen.

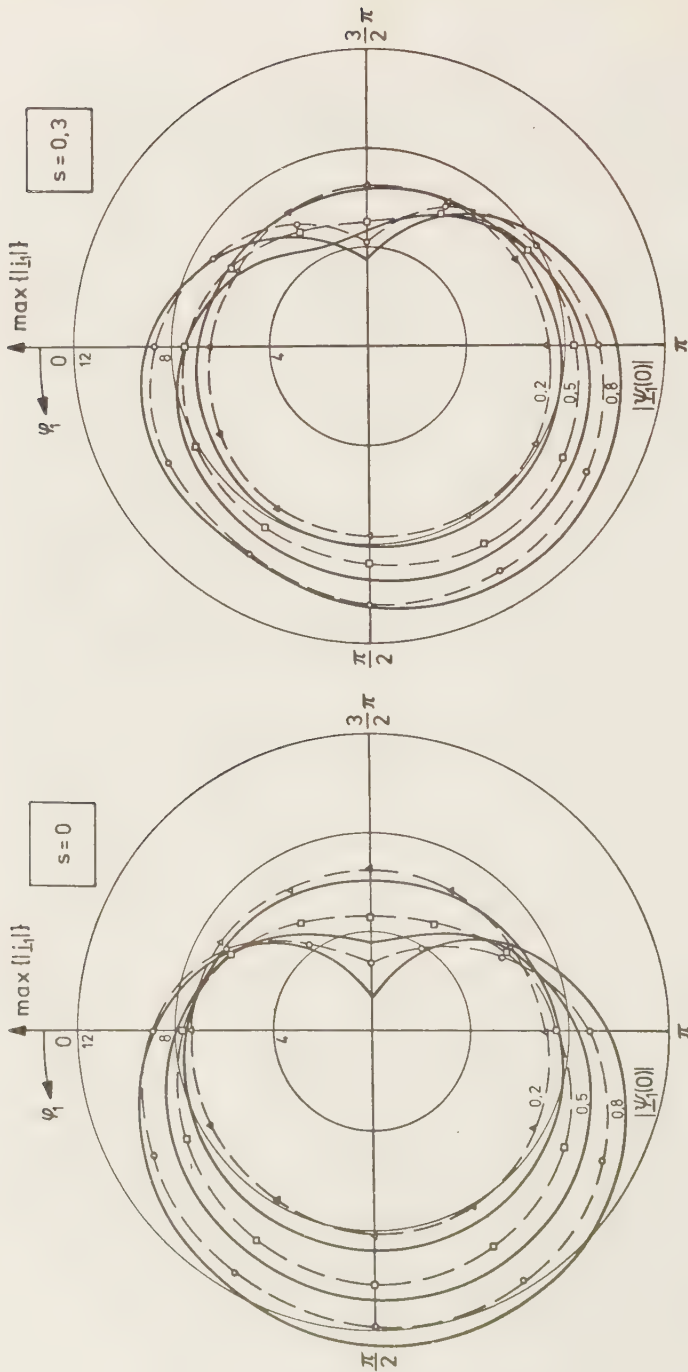


Bild 6.28

Bild 6.29

Spitzenwerte des Ständerstrombetrages als Funktion der Anfangswerte $\underline{i}_1(0)$ und s für $\underline{i}_1(0) = 0$ beim Wiedereinschalten eines 11 kW - Motors (Meßkurven gestrichelt)

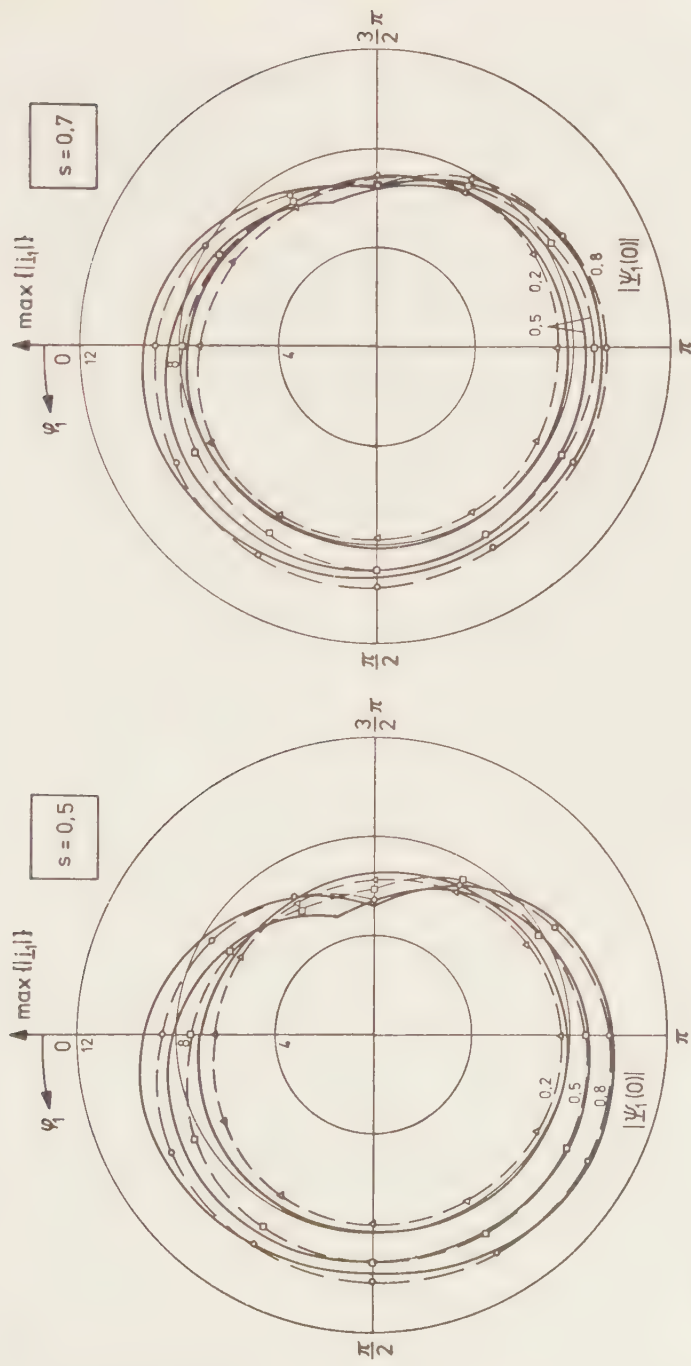


Bild 6.30

Bild 6.31

Spitzenwerte des Ständerstrombetrages als Funktion der Anfangswerte $i_1(0)$ und s für $i_1(0) = 0$ beim Wiedereinschalten eines 11 kW - Motors (Meßkurven gestrichelt)

Die signifikanten Resultate dieser Untersuchung seien hier nochmals angeführt.

Die Spitzenwerte des Ständerstrombetrages und des Drehmomentes werden in erster Linie von Betrag und Phasenlage des Anfangswertes der Ständerflußverkettung bestimmt. Die größten Spitzenwerte treten auf, wenn dieser Anfangswert im ersten oder zweiten Quadranten des synchron rotierenden Koordinatensystems liegt. Innerhalb dieses Bereiches ändert sich diejenige Phasenlage des Anfangswertes der Flußverkettung, bei welcher die größten Spitzenwerte erreicht werden, nach Maßgabe des Schlupfanfangswertes. Dieser Einfluß des Schlupfes tritt besonders bei den Spitzenwerten des Drehmomentes deutlich in Erscheinung. Die größten Drehmomentwerte werden dabei von anderen Phasenlagen des Flußverkettungsanfangswertes hervorrufen als die größten Spitzenwerte des Strombetrages.

Die Spitzenwerte bleiben bei allen Schlupfwerten relativ klein, wenn der Anfangswert der Ständerflußverkettung in der negativ imaginären Achse des α, β - Systems liegt.

Beim Wiedereinschalten einer Motorengruppe können im Einschaltaugenblick zwischen den Maschinen Ausgleichsströme vorhanden sein. Bei jeder Maschine können die Spitzenwerte des Ständerstrombetrages und vor allem des Drehmomentes durch einen von null verschiedenen Stromanfangswert vergrößert oder verkleinert werden. Maßgebend dafür ist die Phasenlage des Stromanfangswertes in Bezug auf den Anfangswert der Ständerflußverkettung. Eine deutliche Erhöhung der Spitzenwerte tritt auf, wenn sich beide Anfangswerte ungefähr in Phasenopposition befinden. Während der Spitzenwert des Strombetrages höchstens um den Betrag des Stromanfangswertes anwachsen kann, ist beim Drehmomentenwert eine Vergrößerung um das zwei- bis dreifache des Nennmomentes möglich.

Während der Spannungsunterbrechung, die dem Wiedereinschaltvorgang vorausgeht, ist zwischen der Ständerflußverkettung jedes Motors einer Gruppe und der induzierten Ständerspannung immer eine Phasendifferenz von annähernd 90° vorhanden. Daher kann auch die Phasenlage des Stromanfangswertes gegenüber der induzierten Sammelschienen-spannung als Kriterium für die Beurteilung seines Einflusses auf die Spitzenwerte dienen.

Demnach tritt bei einer Maschine eine Erhöhung der Spitzenwerte auf, wenn sie im Wiedereinschaltaugenblick einen kapazitiven Blindstrom aufnimmt bzw. einen induktiven Blindstrom abgibt. Wie die Analyse der Vorgänge bei Spannungsunterbrechungen gezeigt hat, weisen die Ausgleichsströme Blindstromkomponenten auf, wenn Maschinen mit unterschiedlichen Läuferzeitkonstanten parallelgeschaltet sind.

Beim Wiedereinschalten von Motorengruppen muß deshalb vor allem mit einer erhöhten Drehmomentbeanspruchung gerechnet werden.

7. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit behandelt die Übergangsvorgänge, die sich abspielen, wenn eine Gruppe von ständerseitig parallelgeschalteten Asynchronmotoren von einer Spannungsquelle auf eine andere umgeschaltet wird. Das besondere Augenmerk der Untersuchungen ist dabei auf die Vorgänge gerichtet, die während der beim Umschalten eintretenden Spannungsunterbrechung und unmittelbar nach dem Wiedereinschalten der Motoren stattfinden.

Um die Grundlage für die Analyse der Übergangsvorgänge zu schaffen, wird ein mathematisches Modell der parallelgeschalteten Motoren erstellt. Es basiert auf einer zweiachsigen Darstellung der Maschinen mit Hilfe der Raumzeigermethode. Das dynamische Verhalten der Motoren wird dabei durch Differentialgleichungssysteme für die Raumzeigerkomponenten der Flußverkettungen und für die Drehzahlen zum Ausdruck gebracht.

Mit Hilfe dieser Modellbildung kann das Umschalten beliebiger Motorengruppen rechnerisch simuliert werden. Die Differentialgleichungssysteme werden dazu im Rahmen eines Digitalrechenprogrammes schrittweise numerisch integriert. Für die anschließende Analyse des Übergangsverhaltens parallelgeschalteter Motoren bei Spannungsunterbrechungen werden auf diese Weise Unterbrechungen an verschiedenen Motorengruppen berechnet.

Das spezifische Übergangsverhalten paralleler Asynchronmotoren wird zuerst für Gruppen aus zwei Maschinen erläutert.

Die Vorgänge während einer Spannungsunterbrechung werden durch elektromagnetische und elektromechanische Ausgleichsvorgänge zwischen den Maschinen geprägt. Durch eine eingehende Analyse des Ausgleichsverhaltens wird aufgezeigt, in welcher Weise die Ausgleichsvorgänge von den Parametern der Motoren und den Lastmomenten ihrer Arbeitsmaschinen abhängen. Anhand errechneter Kurvenverläufe werden die Aus-

wirkungen des Ausgleichsverhaltens auf die Übergangsvorgänge veranschaulicht.

Aufgrund der elektromechanischen Ausgleichsvorgänge verlaufen die Drehzahlen bei parallelgeschalteten Motoren anders als bei getrennten Motoren. Wegen des nichtlinearen Verhaltens der Maschinen sind die exakten Drehzahlverläufe nur durch numerische Integration der vollständigen Differentialgleichungen zu ermitteln. Bei kurzzeitigen Spannungsunterbrechungen können die Drehzahlverläufe aller Maschinen jedoch durch einen resultierenden Zeitverlauf angenähert werden. Dieser wird durch eine überschlägige Betrachtung des Ausgleichsverhaltens als Funktion der Lastmomente und der Anlaufzeitkonstanten angegeben.

Für die elektromechanischen Ausgleichsvorgänge zwischen zwei Maschinen ist in erster Linie die Differenz ihrer Drehzahlen maßgebend. Das Zeitverhalten dieser Ausgleichsvorgänge wird durch eine näherungsweise Berechnung der Übergangsvorgänge bei kleinen Drehzahldifferenzen untersucht und als Funktion der Maschinenparameter dargestellt.

Infolge der elektromagnetischen Ausgleichsvorgänge klingen die Beträge der Flußverkettungen bei parallelgeschalteten Motoren mit einem anderen Zeitverhalten ab als bei getrennten Motoren. Auch die genauen Zeitverläufe der Flußverkettungen sind im allgemeinen nur durch schrittweise Lösung der vollständigen Differentialgleichungen zu gewinnen. In vielen Fällen kann das Abklingen der Flußverkettungen jedoch durch Exponentialfunktionen näherungsweise wiedergegeben werden. Bei Spannungsunterbrechungen, bei denen nur kleine Drehzahldifferenzen auftreten, wird das Abklingen im wesentlichen durch eine einzige Zeitkonstante bestimmt. Durch eine näherungsweise analytische Berechnung des Abklingens bei konstanten Drehzahlen wird gezeigt, in welcher Weise diese Zeitkonstante von den Läuferzeitkonstanten beider Maschinen und ihrer Drehzahldifferenz abhängt.

Ausgehend von der Betrachtung des Zweimaschinensystems wird schließlich auch das Verhalten umfangreicherer Motorengruppen erklärt. Es wird dabei auf die Möglichkeit hingewiesen, mehrere gleiche Motoren, zwischen denen keine Ausgleichsströme auftreten, durch einen Ersatzmotor zu repräsentieren. Auf diese Weise kann die Behandlung großer Motorengruppen wesentlich vereinfacht werden.

Bei Netzschaftungen hängt die dynamische Beanspruchung der Motoren in erster Linie von den elektromagnetischen Ausgleichsvorgängen nach dem Wiedereinschalten ab. Während der transienten Vorgänge erreichen die Ständerstrombeträge und die Drehmomente der Motoren unter Umständen außerordentlich hohe Spitzenwerte. Für die Höhe dieser Spitzenwerte ist der Zustand der Motoren im Wiedereinschalt Augenblick ausschlaggebend. Dieser kann beim Wiedereinschalten von Motorengruppen durch das Vorhandensein von Ausgleichsströmen gekennzeichnet sein.

Die Zusammenhänge zwischen dem Anfangszustand eines Asynchronmotors im Wiedereinschalt Augenblick und den Spitzenwerten von Ständerstrombetrag und Drehmoment werden im letzten Kapitel der Arbeit untersucht. Um den Einfluß aufzuzeigen, den die Anfangswerte der Ständerflußverkettung, des Ständerstromes und des Schlupfes auf die Spitzenwerte ausüben, werden die Ergebnisse einer Vielzahl von simulierten Wiedereinschaltvorgängen ausgewertet. Dabei kommt zum Ausdruck, daß aufgrund des Stromanfangswertes mit einer Erhöhung der Drehmomentbeanspruchung zu rechnen ist.

Daneben wird ein graphisches Verfahren entwickelt, um die genannten Spitzenwerte als Funktion der Anfangswerte nach oben abzuschätzen. Das Verfahren ermöglicht wegen seiner einfachen Durchführbarkeit einen raschen Überblick über die Strom- und Drehmomentspitzenwerte, die beim Wiedereinschalten eines bestimmten Asynchronmotors unter den verschiedensten Anfangsbedingungen zu erwarten sind. Es kann daher wertvolle Hinweise bei der Dimensionierung von Antrieben vermitteln, bei denen Umschaltvorgänge auftreten können.

8. Literaturverzeichnis

- /1/ Kovacs, K.P.; Racz, I.
Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen Bd. I u. II
Vlg. d. Ungar. Akad. d. Wiss. Budapest 1959
- /2/ Pfaff, G.
Regelung elektrischer Antriebe I
Oldenbourg Vlg. München u. Wien 1971
- /3/ Beckett, R.; Hurt, J.
Numerical Calculations and Algorithms
McGraw-Hill Book Comp. New York 1967
- /4/ Bronstein/Semendjajew
Taschenbuch der Mathematik
Vlg. Harri Deutsch Ffm. und Zürich 1972
- /5/ Siemens
Handbuch der Elektrotechnik
Vlg. Girardet Essen 1971
- /6/ Stiebler, M.
Die Nachbildung von Induktionsmaschinen mit Strom-
verdrängungsläufern am Analogrechner unter Verwen-
dung der Doppelkäfignäherung
Archiv f. Elektrotechnik Bd. 49 (1965) S. 331
- /7/ Stiebler, M.
Die Berechnung von Übergangsvorgängen bei Induk-
tionsmaschinen mit Stromverdrängungsläufern
Archiv f. Elektrotechnik Bd. 51 (1966) S. 23
- /8/ Bausch, H.; Jordan, H.; Weis, M.
Digitale Berechnung des transienten Verhaltens
von stromverdrängungsfreien Drehstrom-Käfig-
läufermotoren
ETZ-A Bd. 89 (1968) S. 361
- /9/ Hannakam, L.
Digitales Universalprogramm für Schaltvorgänge
in Drehstrom-Asynchronmaschinen
ETZ-A Bd. 82 (1961) S. 493

/10/ Pfaff, G.

Beitrag zur Berechnung transienter Vorgänge in Asynchronmaschinen bei unsymmetrischen Betriebsverhältnissen

ETZ-A Bd. 89 (1968) S. 160

/11/ Fieguth, H.-O.

Umschaltvorgänge in Kraftwerks-Eigenbedarfs- und Industrieanlagen

ETZ-A Bd. 26 (1952) S. 163

/12/ Fieguth, H.-O.

Schnellumschaltung in Kraftwerks-Eigenbedarfsanlagen

ETZ-A Bd. 27 (1953) S. 647

/13/ Hofmann, O.; Leibold, H.

Selbsttätige Umschaltung in Eigenbedarfsanlagen

Siemens-Zeitschrift 1954 S. 420

/14/ Leibold, H.

Schnellumschaltgerät für Hochspannungsanlagen

Siemens Zeitschrift 1961 S. 154

/15/ Zwarzel, E.

Isolation und Netzs Umschaltung von Hochspannungsmotoren in Dampfkraftwerken

BBC-Mitteilungen Bd. 54 (1967) S. 76

/16/ Palit, B.B.; Schnirel, K.E.

Elektrische Ausgleichsvorgänge beim Ausschalten von zwei Asynchronmotoren

Scientia Electrica, V. IXX, Fasc. 1, 1973, S. 19

/17/ Palit, B.B.

Über den Verlauf der Statorklemmenspannung nach dem Ausschalten einer Asynchronmaschine

Bull. SEV Bd. 63 (1972) S. 343

- /18/ Heichel, W.; Pfeiffer, G.
Theoretische Untersuchung der Übergangsprozesse,
die nach dem Abschalten zweier Asynchronmaschinen
auftreten
Wiss. Zeitschrift der TH Otto v. Guericke,
Magdeburg, Bd. 13 (1969) S. 649
- /19/ Abbé, M.
On the transient behaviour of asynchronous machine
groups during disconnection of supply
International Conference on Electrical Machines,
Vienna 1976, Beitrag D7
- /20/ Goly, G.; Schultz, W.; Webs, A.
Netzversuche zum Ermitteln der Ausgleichsvorgänge
in Industrienetzen mit einer Vielzahl von Asynchron-
motoren
Siemens-Zeitschrift Bd. 44 (1970) S. 358
- /21/ Bonfert, K.
Verhalten und Schutz von Drehstrommotoren bei
Spannungseinbrüchen und Spannungsunterbrechungen
VDE-Fachberichte Bd. 23 (1964) S. 210
- /22/ Reinshagen, K.P.
Analogrechner-Simulation von Pumpen-Antriebsmotoren
an einer Sammelschiene
Elektrizitätswirtschaft Bd. 73 (1974) H. 7
- /23/ Meyer, A.
Elektrische Ausgleichsvorgänge in Asynchronmaschinen
beim Ausfall und Wiedereinschalten einer Netzzu-
leitung
Bull. SEV Bd. 67 (1976) S. 599
- /24/ Engel, B.
Untersuchung des transienten Verhaltens einer Asyn-
chronmotorengruppe bei Netzspannungseinbrüchen in
Abhängigkeit von der Netzimpedanz
Diplomarbeit, Inst. f. Elektr. Antriebe und Steuerun-
gen, Univ. Erlangen-Nürnberg 1975

- /25/ Maciejewski, B.
Parameterabhängigkeit des Auslaufverhaltens einer
Asynchronmotorengruppe
Diplomarbeit, Inst. f. Elektr. Antriebe und Steuerun-
gen, Univ. Erlangen-Nürnberg 1975
- /26/ Schröder, W.
Untersuchung des Wiedereinschaltens von Asynchron-
motoren als Funktion der Restflüsse und der Dreh-
zahl
Diplomarbeit, Inst. f. Elektr. Antriebe und Steuerun-
gen, Univ. Erlangen-Nürnberg 1977
- /27/ Andresen, E.Chr.
Berechnung der Wickelkopfkräfte von Synchron- und
Asynchronmaschinen mit digitalen Rechenmaschinen
ETZ-A Bd. 86 (1965) S. 391
- /28/ Ungruh, F.
Felder und Stromkräfte in den Wickelköpfen von
Turbogeneratoren
ETZ-A Bd. 84 (1963) S. 285
- /29/ Nedelcu, V.; Kulicke, B.
Anwendung der Stromortskurve zur Untersuchung des
transienten Verhaltens von Asynchronmaschinen mit
Doppelkäfigläufer
Siemens Forsch.-u.Entwickl.Ber. Bd. 3 (1974) S. 82
- /30/ Nedelcu, V.N.; Webs, A.; Kulicke, B.
On the Application of the Circle Diagramm to the
Analysis of the Asynchronous Machine Behaviour
under Operating Conditions
ETZ-A Bd. 93 (1972) S. 226
- /31/ Wütherich, W.
Übersicht über die Einschaltmomente bei Asynchron-
maschinen im Stillstand
ETZ-A Bd. 88 (1967) S. 555

- /32/ Enslin, N.C.; Kaplan, W.M.; Davies, I.L.
Influence of transient switching currents and
fluxes on the torque developed by a squirrel-
cage induction motor
Proc. IEE Vol. 113 (1966) S. 1035
- /33/ Chidamrara, M.R.; Ganapathy, S.
Transient torques in induction motors
Trans. Amer. Inst. Electr. Engrs. Vol. 81 (1962) S. 47
- /34/ Flynn, F.P.; Slater, R.D.; Wood, W.S.
Transient negative torques in induction motors due
to rapid reconnection of the supply
Proc. IEE Vol. 116 (1969) S. 2009
- /35/ Wood, W.S.; Flynn, F.; Shanmugasundaram, A.
Transient torques in induction motors due to
switching of the supply
Proc. IEE Vol. 112 (1965) S. 1348
- /36/ Dabbous, A.A.
Sättigungseinfluß auf die Kurzschlußstromkenn-
linie von ungeschrägten Asynchronmaschinen
ETZ-A Bd. 85 (1964) S. 115
- /37/ Dabbous, A.A.
Ermittlung des Kurzschlußstromes von ungeschrägten
Asynchronmaschinen unter Berücksichtigung der Eisen-
sättigung
ETZ-A Bd. 85 (1964) S. 76
- /38/ Kovacs, K.P.
Programmierung von Asynchronmotoren für Analog-
rechner unter Berücksichtigung der Sättigung
Archiv f. Elektrotechnik Bd. 47 (1962) S. 193
- /39/ Franz, P.
Zur Dynamik von Drehstrom-Asynchronmotoren mit
Käfiganker unter Berücksichtigung der Oberfelder
und der Streufeldsättigung
Dissertation TU München 1974

/40/ Cigánek, L.

Methode zur Berechnung einzelner Punkte der Statorstromvektorortskurve des gesättigten Induktionsmotors

Elektrotechn. obz. Bd. 58 (1969) S. 481

/41/ Probst, R.

Übergangsverhalten von Asynchronmotoren bei Netzumschaltung unter Berücksichtigung der Stromverdrängung in den Läuferstäben

ETZ-A Bd. 94 (1973) S. 515

/42/ Probst, R.

Digitale und analoge Berechnung von dynamischen Vorgängen beim Drehstrommotor mit Hochstabläufer
Dissertation Karlsruhe 1971

/43/ Fetcher, W.

Dynamisches Verhalten des Drehstrommotors mit Doppelnutläufer

Dissertation Karlsruhe 1965

/44/ Fürsich, H.

Zur Theorie des dynamischen Verhaltens von Drehstrommotoren mit Stromverdrängungsläufer

Archiv f. Elektrotechnik Bd. 57 (1975) S. 273

/45/ Fürsich, H.

Digitale Simulation von Drehstrommotoren mit Stromverdrängungsläufer bei schneller Drehzahländerung

Archiv f. Elektrotechnik Bd. 58 (1976) S. 167

/46/ Brüderlink, M.; Schweizer, K.; Streck, A.

Einsatz von elektrischen Maschinen für Hilfsantriebe in thermischen Kraftwerken

BBC-Mitteilungen Bd. 63 (1976) S. 521

/47/ Rohmer, K.

Besonderheiten elektrischer Antriebe in Kernkraftwerken

VDE-Fachtagsungsbericht "Elektr. Maschinen u. Antriebe in Kernkraftwerken" München 1975

- /48/ Gahleitner, A.
Die Bemessungs- und Einsatzbedingungen von Drehstrom-Asynchronmotoren größerer Leistung
ETZ-A Bd. 91 (1970) S. 16
- /49/ Weber, J.
Drehstrom-Antriebsmaschinen großer Leistung
BBC-Nachrichten Bd. 53 (1971) S. 165
- /50/ Andresen, E.Chr.
Der Entwicklungsstand von Drehstromkäfigmotoren für große Leistungen
AEG-Mitt. Bd. 54 (1964) S. 8
- /51/ Hossli, W.; Mühlhäuser, H.; Seippel, O.; Soos, L.
Speisepumpenantriebe für große Kraftwerkseinheiten
BBC-Mitt. Bd. 49 (1962) S. 281
- /52/ Bahr, G.; Hübner, G.; Waltenberger, E.
Entwicklungsstand großer Drehstromantriebe für die chemische Industrie
Siemens-Zeitschrift Bd. 35 (1961) S. 333
- /53/ Kulicke, B.
Numerische Berechnung der Momentanwerte elektromechanischer Ausgleichsvorgänge von Drehfeldmaschinen im Verbundbetrieb
Dissertation TH Darmstadt 1975

A 1. Daten der untersuchten Asynchronmotoren

Nennwerten

P_N/MW	7,3	4,0	2,5	0,011
U_N/kV	10	10	10	0,380
I_{1N}/A	475	260	160	24
n_N/min^{-1}	1495	980	1480	1425
R_1/Ω	0,06	0,18	0,28	0,37
R_2/Ω	0,04	0,09	0,29	0,59
$X_{1\sigma}/\Omega$	2,07	3,2	5,12	0,75
$X_{2\sigma}/\Omega$	1,85	4,5	6,62	1,04
X_h/Ω	65,5	115	195,3	17,6
T_A/s	1,84	1,62	1,58	0,19

normierte Werte

n_N	0,996	0,980	0,987	0,950
R_1	0,0049	0,0081	0,0078	0,0404
R_2	0,0033	0,0041	0,0081	0,0432
$X_{1\sigma}$	0,169	0,144	0,143	0,0818
$X_{2\sigma}$	0,152	0,202	0,185	0,1118
X_h	5,371	5,175	5,468	1,92
T_A	580	508	496	60

Stromabhängigkeit der Streureaktanzen bei Berücksichtigung der Streuwegsättigung

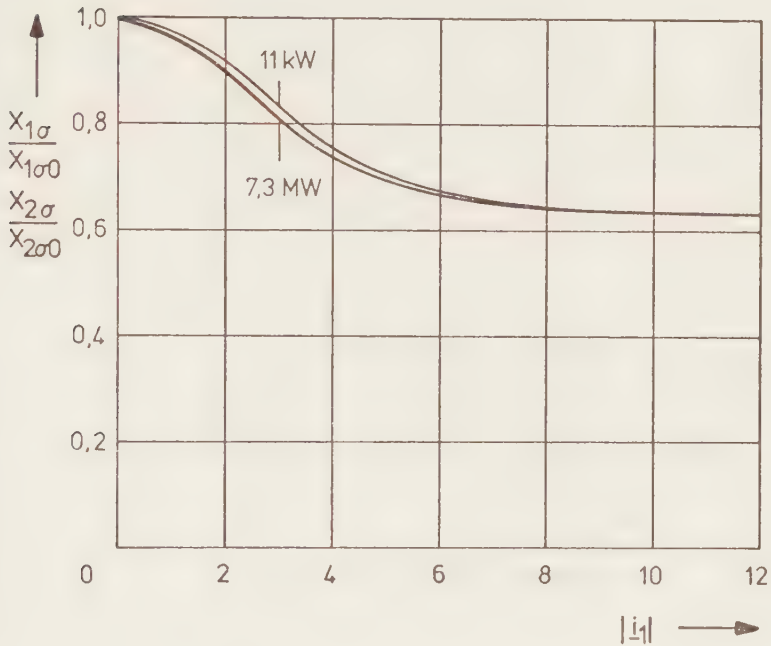


Bild A 1.1 Stromabhängigkeit der Streureaktanzen

ungesättigte, normierte Werte der Streureaktanzen

Motor-Typ	7,3 MW	11 kW
$X_{1\sigma 0}$	0,176	0,084
$X_{2\sigma 0}$	0,158	0,115

A 2. Erläuterung der Größen und Formelzeichen

Mathematische Zeichen

$\underline{g}$	allgemeine komplexe Größe
$\underline{g}^*$	zu $\underline{g}$ konjugiert komplexe Größe
$ \underline{g} $	Absolutwert von $\underline{g}$
$\text{Re}\{\underline{g}\}$	Realteil von $\underline{g}$
$\text{Im}\{\underline{g}\}$	Imaginärteil von $\underline{g}$
$\max\{ \underline{g}(t) \}$	Maximalwert des Betrages von $\underline{g}$
j	komplexe Einheit
$\in \dots$	Element der Menge ...

Indizes

1, 2	Ständer bzw. Läufer
a, b, c	Ständerstränge
α, β	Komponenten des α, β - Systems
d, q	Komponenten des d, q - Systems
μ	Maschine μ
ν	Maschine ν
N	Nennwert
R, S, T	Phasen des Drehstromsystems

Größen

$\underline{a}$	Drehfaktor
$\underline{A}_1, \underline{A}_2$	Konstanten: Def. in (5.29) und (5.30)
B_1, B_2, B_3	Konstanten in (5.61)
D	Dämpfung
$\underline{d}_M$	elektromagnetisches Drehmoment
$\underline{d}_{ML}$	Lastmoment der Arbeitsmaschine
$\underline{a}_M$	fiktives Ausgleichsmoment
$\underline{\bar{d}}_M$	obere Schranke für Absolutwert von $\underline{d}_M$
$\underline{d}_1, \underline{d}_2$	Konstanten: Def. in (5.19) und (5.20)
e_R, e_S, e_T	Phasenspannungen des Netzes
f	Frequenz
f_N	Netzfrequenz

h	Integrationsschrittweite
$\underline{i}$	Netzstrom
$\underline{i}_1$	Ständerstrom
$\underline{i}_2$	Läuferstrom
$\underline{I}_{1S}$	stationärer Wert von $\underline{i}_1$
i_R, i_S, i_T	Phasenströme der Sammelschienenzuleitung
i_{1a}, i_{1b}, i_{1c}	Strangströme
$\underline{i}_1$	Differenz zwischen $\underline{I}_{1S}$ und $\underline{i}_1(t)$
$\bar{i}_1$	obere Schranke für Ständerstrombetrag
I_{1N}	Nennstrangstrom
K	Konstante: Def. in (5.67)
K_d, K_q	binäre Parameter
$\underline{k}$	Konstante: Def. in (6.12)
M	ganze Zahl
N	Anzahl der parallelen Motoren
n	Drehzahl
n_K	Drehzahl des Koordinatensystems
n_{12}	Differenz der Drehzahlen der Maschinen 1 und 2
n	fiktiver Drehzahlwert
O_i	Punkt in Bild 6.21
$\underline{P}_1, \underline{P}_2, \underline{P}_3$	Punkte in Bild 6.16
R_1, R_2	Ständer- bzw. Läuferwiderstand
s	Schlupf
s_K	Kippschlupf
t	Zeit
t_0	Beginn des Abschaltvorganges
t_1	Beginn der Spannungsunterbrechung
t_2	Ende der Spannungsunterbrechung
T_A	Anlaufzeitkonstante
T_2	Läuferzeitkonstante
$T_{2\lambda 1}, T_{2\lambda 2}$	Zeitkonstanten: Def. in (5.32) und (5.33)
$T_{2\lambda 1}, T_{2\lambda 2}, T_{2\lambda 3}$	Zeitkonstanten: Def. in (5.65)
$\underline{u}_1$	Ständerspannung
$\underline{U}_1$	stationärer Wert der Ständerspannung
u_0	Sternpunktspannung
u_R, u_S, u_T	Phasenspannungen der Sammelschiene
u_{1a}, u_{1b}, u_{1c}	Strangspannungen

U_{1N}	Nennstrangspannung
U_N	Nennspannung
v_1, v_2	Spannungskomponenten
X_1, X_2	Ständer- bzw. Läuferreaktanz
$X_{1\sigma}, X_{2\sigma}$	Ständer- bzw. Läuferstreureaktanz
X_h	Hauptreaktanz
y	allg. Zustandsvariable
γ	Winkel zwischen d,q- und α, β - System
γ_0	Winkel γ im Zeitpunkt t_0
ϕ_1, ϕ_2	Phasenwinkel von ψ_1 bzw. ψ_2 im α, β - System
$\hat{\Delta}_{1,2}$	Eigenwerte: Def. in (5.24)
$\hat{\Lambda}_{1,2,3}$	Eigenwerte: Def. in (5.63)
$\underline{\psi}_1, \underline{\psi}_2$	Ständer- bzw. Läuferflußverkettung
$\dot{\underline{\psi}}_1$	stationärer Wert von $\underline{\psi}_1$
$\dot{\underline{\psi}}_1$	Differenz zwischen $\underline{\psi}_{1S}$ und $\underline{\psi}_1$
σ	"totaler" Streukoeffizient
$\hat{\Delta}_{1,2}$	Eigenwerte: Def. in (5.69)

Lebenslauf

Detlef Mathias Abbé, geboren am 22.9.1947 in Erbach/Odw.

Eltern: Gotthilf Abbé

Karoline Abbé, geb. Buß

Familienstand: verheiratet mit Ute Abbé, geb. Dingeldey,
zwei Kinder

1954 - 1958: Volksschule in Erbach/Odw.

1958 - 1966: Gymnasium in Michelstadt/Odw. (Abitur)

1966 - 1972: Studium an der Technischen Hochschule
Darmstadt, Diplomabschluß im Juli 1972

Fachrichtung Allgemeine Elektrotechnik

seit Februar Wissenschaftlicher Assistent am Lehrstuhl
1973: für Elektrische Antriebe und Steuerungen
der Universität Erlangen-Nürnberg

Buchdruck - Offsetdruck

Karl Döres, 852 Erlangen, Jägerstr. 3 · Tel. 2 15 21